

Вопросы коллоквиума по алгебре

Группы 151, 153 (лектор А. Ю. Лузгарев)

Весна 2013

1. Операции над матрицами, их свойства.
2. Единичная матрица, обратимые матрицы. Кольцо квадратных матриц. Обратимость и транспонирование.
3. Матрицы элементарных преобразований.
4. Приведение матрицы к окаймленному единичному виду элементарными преобразованиями. Связь с обратимостью.
5. Группа перестановок. Табличная запись перестановки.
6. Разложение перестановки в произведение [элементарных] транспозиций.
7. Число инверсий и знак перестановки. Изменение знака при домножении на транспозицию.
8. Знак как число транспозиций в разложении. Мультипликативность знака.
9. Определитель: знакопеременная формула, определители небольших матриц, поведение при транспонировании.
10. Линейность и кососимметричность определителя.
11. Поведение определителя при элементарных преобразованиях. Определитель блочной верхнетреугольной матрицы.
12. Определители единичной матрицы, матрицы с нулевой строкой, окаймленной единичной матрицы. Мультипликативность определителя.
13. Разложение определителя по строке. Соотношения ортогональности.
14. Присоединенная матрица. Критерий обратимости.
15. Формулы Крамера. Свойства решений систем линейных уравнений.
16. Определение векторного пространства, простейшие свойства, примеры.
17. Подпространства: определение и примеры. Пересечение подпространств.
18. Линейно зависимые и линейно независимые системы. Лемма о добавлении вектора к линейно независимой системе.
19. Линейная оболочка, система образующих. Существование базиса в конечномерном пространстве.
20. Единственность разложения по базису. Базис как минимальная система образующих.
21. Единственность разложения по базису. Базис как максимальная линейно независимая система.
22. Теорема о линейной зависимости линейных комбинаций. Корректность определения размерности. Число векторов в линейно независимых и порождающих системах.
23. Любую линейно независимую систему можно дополнить до базиса. Размерность подпространства.
24. Координаты вектора в базисе.