

Теория когомологий Вейля

P — гладкое проективное над \mathbb{F}_q

$Frob_q$ действует на P

$$\# P(\mathbb{F}_{q^m}) = \sum_{i=0}^{2d} (-1)^i \text{Tr}_{H^i(P)}(Frob_q^m)$$

↑ к/м в. пр-во над полем хар-ки 0 .

$$H^i_X (W\Omega_X \rightarrow W\Omega^1_X \rightarrow W\Omega^2_X \rightarrow \dots) = H^i_{\text{Sing}}$$

- функтор векторов Витта

- не работает!

↙ в.п. над K

- Нужно брать комплекс де Рама-Витта

• Эталные когомологии: $\ell \neq p$, топ. Гротендика,

$$H^i_{\text{et}}(X, \mathbb{Z}/\ell^n \mathbb{Z}) \otimes \mathbb{Q}$$

X — собств., проеит., глад.

↘ H^i_{et} слоев в каком-то смысле изоморфны $H^i(\text{объект слоя})$

S — H^i_{et} гладкого проеит./ \mathbb{F}_q изоморфны

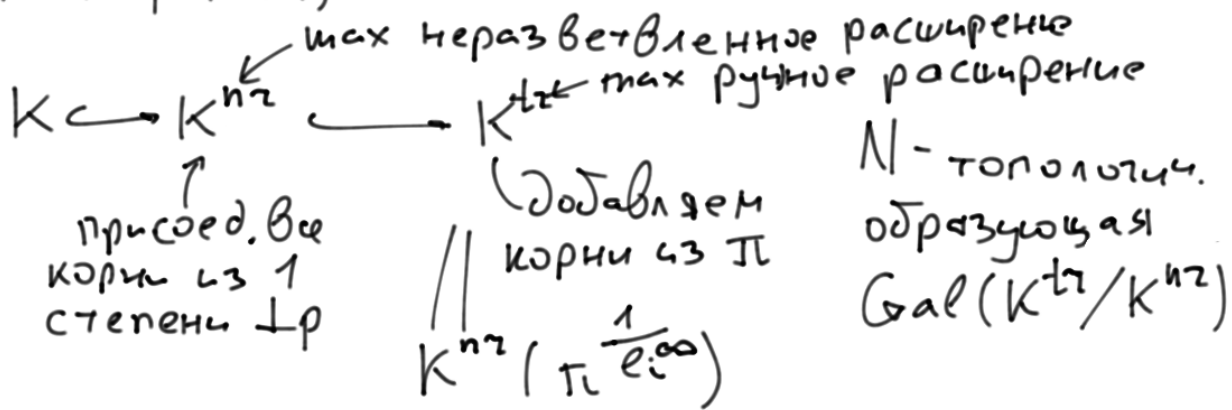
схемы над \mathbb{Z}/p — редукция / поле вычетов: \mathbb{F}_p

\int — общий слой / $\mathbb{Q}_p^{\text{alg}} = K$

$$H^*_{\text{et}}(\mathbb{P}_K, \mathbb{Q}_p)$$

Пусть теперь K/\mathbb{Q}_p конечно. $\text{Gal}(K)$ — прокон. группа
 Она действует на $H_{\text{ét}}^i(X, \mathbb{Z}/\ell^n\mathbb{Z})$, переходим к пределу
 \rightarrow непрерывное действие $\text{Gal}(K)$ на \mathbb{Q}_ℓ^n

такие действия не очень интересны (т. Гротендика о монодромии)



p -кратность определяется редукцией mod ℓ

$$\tau N \tau^{-1} = N^{?(\tau)} \quad (N \in \text{Gal}(K^{tr}/K))$$

\hookrightarrow с. числа N — какие-то корни из 1

$K \hookrightarrow K'' \rightsquigarrow$ уберем их

$$\sqrt{(N-1)^i} / \sqrt{(N-1)^{i+1}}$$

Для $H_{\text{ét}}^i(X_K, \mathbb{Q}_p)$ это не работает

\rightarrow p -адическое представление Gal , дикая часть действует нетривиально

E — абелево многообразие

$$\leftarrow \frac{E[p^n]}{n}$$

Возвращаемся над \mathbb{C} : $H^q(\Omega^p) \Rightarrow H_{dR}^{p+q}$

Сделаю $\otimes \mathbb{C} \rightsquigarrow$ есть разложение Ходжа

Faltings: $H_{\text{et}}^{n+m}(X, \mathbb{Q}_p) \otimes \mathbb{C}_p$

$$\bigoplus_{m+n} H^n(X, \Omega_m) \otimes \mathbb{C}_p(-m) \simeq H_{\text{et}}^{m+n}(X, \mathbb{Q}_p) \otimes \mathbb{C}_p$$

(Hodge - Tate decomposition)
- p-адическая теория Ходжа

Кристаллические когомологии:

$$H_{\text{cris}}^n(X_k; \mathbb{Q}_p) \simeq H_{dR}^n(X)$$

\bigcup_{F_2}

(или X_k)

тут есть фильтрация

V - предст. Залюа

$(V \otimes B_{\text{cris}})^{\leftarrow \mathbb{G}}$ ^{фильтров} \rightarrow кристал. котом. с фильтрацией

$\bigcup_{\mathbb{G}} \bigcup_{F_{10b}}$

- Представления Галуа
- Фуниторы Фонтена

• кристалл. когомологии

жесткие

$C_{\text{cris}}, C_{\text{st}}$