

Paghi uno, prendi tre

$\Phi$  - приведенная неприводимая система корней

$R$  - коммутативное кольцо

$$E(\Phi, R) = \langle x_\alpha(\xi), \alpha \in \Phi, \xi \in R \rangle$$

$$G(\Phi, R) = \text{Hom}(\mathbb{Z}[\Phi], R)$$

Для макс. групп:  
 (1987) Stepanov-Lav.  
 ↓ K-Theory, 2000  
 1989 Donadon  
 2000 - Third Look  
 (Rehderanti)

$$G(\Phi, R) \curvearrowright V(\omega)$$

$$E_6, E_7$$

$$G(E_6, R) \curvearrowright V(\omega_1) - 27\text{-мерная}$$

$$G(E_7, R) \curvearrowright V(\omega_7) - 56\text{-мерная}$$

$v^\lambda$  - кристаллическая базис  
 $\lambda \in \Lambda(\omega)$   
 мн-во весов  $V$

$$G(\Phi, R)v^\lambda$$

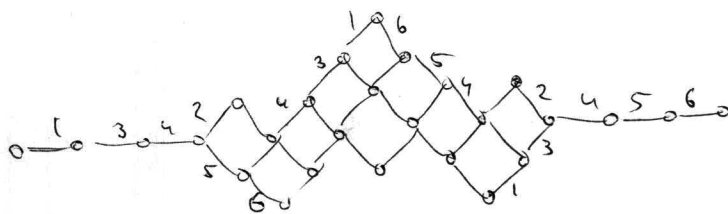
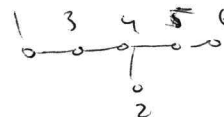
$$x_\alpha(\xi)v^\lambda = v^\lambda \pm \xi v^{\lambda+\alpha}$$

$$x_\alpha(\xi) = \exp(\xi e_\alpha) = e + \xi e_\alpha$$

$\Pi$  - система простых корней

$\{ \alpha_1, \dots, \alpha_l \}$   $l$  - ранг  $\Phi$

$$x_{\alpha_i}(\xi)v^\lambda = v^\lambda + \xi v^{\lambda \pm \alpha_i}$$



$$g \in G(\Phi, R) \curvearrowright V(\omega)$$

$E_6 \quad \omega_1$   
 $E_7 \quad \omega_7$

Теорема  $\forall g \in G(\Phi, R)$

$\exists x$  - элемент корневого типа (замыкает Зермисов)  
 $A_5$  или  $A_7 | x = x_{\beta_1}(\ast) \dots x_{\beta_n}(\ast)$

Такой, что  $(xg) \ast \omega = g \ast \omega$

$$g^{-1} x g \in P_1 \cup P_7$$

Теорема.  $g$  - корневой элемент

$\exists x$  - элемент корневого типа  $A_2$  (или  $A_1 + A_1$ )

т.ч.  $(xg)_{*w} = g_{*w}$

Примечания

- ① Центральность  $K_2$
- ②  $E(\Delta, R) \subseteq \dots \subseteq G(\Phi, R)$
- ③ Суднормальность в  $G(\Phi, R)$
- ④ Стрелки изотропных групп

+ Одновременная таб. столбца и строки

Теор.  $g$  - корневой элемент  $G(E_6, R)$

$\exists$  корн. эл-т  $x$  типа  $A_2 + A_2$

т.ч.  $(xg)_{*w_1} = g_{*w_2}$

$$(g^{-1}x)_{-w_2} = (g^{-1})_{-w_1}x$$