

# Convex spectral sequences and Cousin complexes via weight structures

$SH^S$   $\mathcal{OP} =$  категория открытых вложений гладких многообразий над  $k$  ( $k$  — совершенное поле)

$H^* : \mathcal{OP} \xrightarrow{SH^S} \mathcal{A}$  — контравар. функтор  
( $X \sqcup pt$ )/ $pt =: X_+$  абелева категория  $+Abs$  (индуит. пределы)

$$X \supset U_i : \text{codim } X \setminus U_i \geq i$$

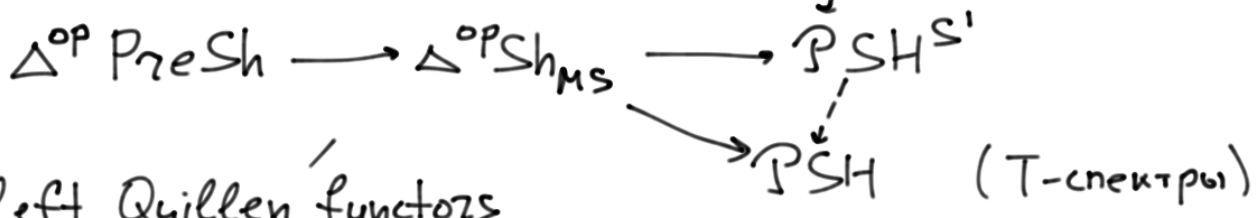
$$\varinjlim \text{Ker}(H^*(X_i) \rightarrow H^*(U_i))$$

— задают фильтрацию спектр. посл-ств

$$X \supset U_d \supset U_{d-1} \supset \dots \supset U_0 \text{ (м.д. } U_0 = \emptyset)$$

"  $U_{d+1}$   $\rightarrow$  напишем точные посл-ств пар

$$\varinjlim H^*(U_{i+1}/U_i)$$



left Quillen functors

$$U_{i+1} \setminus U_i = Z_i$$

$$N_{U_{i+1}, Z_i} / N_{\dots - Z_i}$$

В пределе  $Z_i \rightsquigarrow$  набор точек

$$\rightsquigarrow H^* \left( \bigsqcup_{z \in X^{(i)}} z + \{i\} \right)$$

$$\Sigma^\infty U_{i,+} \rightarrow \Sigma^\infty (U_{i+1,+}) \rightarrow \Sigma^\infty (U_{i+1,+} / U_{i,+}) \rightarrow$$

$S$  — полукл. схема,  $k$  бесконечно

$S' \hookrightarrow S$  — отпр. плотное  $\Rightarrow H^*(S) \subset H^*(S')$

$$H^*\left(\varprojlim O_j\right) \cong \varinjlim H^*(O_j)$$

↑ хотим такие объекты:

$$\text{Mod}\left(\varprojlim O_j; C\right) \cong \varinjlim \text{Mod}(O_j, C)$$

→ все объекты  $\text{SH}^{S'}$  л.д. компактными; в  $\text{SH}^{S'}$  не бывает

$\text{Pro } \text{PSH} = \mathcal{D}'$  — фильтрованные про-объекты

Предел гладких экв-стей — слабая экв-сть

корасл. — корасл.

cofiber seq. — cofiber seq.

Изначальные объекты кокомпактны в новой категории

$$\text{Ho } \mathcal{D}' =: \mathcal{D}^{\text{big}} \supseteq \mathcal{D} = \text{порожденная } \Sigma^\infty(X_+)$$