

$$K \in \mathcal{F}_k$$

01.10.2013

$M$  — сильно  $A'$ -инв. пучок ад. групп

А.А. Анянцевский

$$0 \longrightarrow M(K) \longrightarrow M(K(t)) \longrightarrow \bigoplus_{z \in (A'_K)^{(1)}} H'_z(A'_K; M) \longrightarrow 0$$

$$\Theta_{P_z}: M_{-1}(K(z)) \xrightarrow{\sim} H'_z(A'_K; M)$$

мин.  
многочлен

$$\begin{array}{c} \parallel \\ \text{Hom}_H(A'_K / A'_K - z; BM) \end{array}$$

$$\text{Hom}_H(\text{Spec } k(z)_+ \wedge T, BM)$$

$$\text{Spec } k(z)_+ \wedge T$$

после  
выбора  
образующей  
 $m_z / m_z^2$

$$\text{Hom}_H(\text{Spec } k(z)_+ \wedge G_m, \underbrace{\text{Hom}_*(S', BM)}_M)$$

$$\text{Hom}_H(\text{Spec } k(z)_+, \underbrace{\text{Hom}(G_m, M)}_{M_{-1}})^M$$

$$M_{-1}$$

$$\sim \bigoplus_{z \in (A'_K)^{(1)}} H'_z(A'_K, M) \cong \bigoplus_{z \in (A'_K)^{(1)}} M_{-1}(K(z))$$

$$\text{Рассмотрим } \partial_\infty^z: M(K(t)) \longrightarrow M_{-1}(K)$$

$$(из M(K(t)) \xrightarrow{\partial_\infty} H'_\infty(P'_K, M) \xrightarrow{\Theta_{P_\infty}^{-1}} M_{-1}(K), где P_\infty = -1/x)$$

$$0 \longrightarrow M(K) \longrightarrow M(K(t)) \longrightarrow \bigoplus_{z \in (A'_K)^{(1)}} M_{-1}(K(z)) \longrightarrow 0$$

$$-\partial_\infty^z$$

$$M_{-1}(K)$$

отсюда получаем трансфер  $\tau_k^{k(z)}: M_{-1}(K(z)) \rightarrow M_{-1}(K)$   
 теперь  $\oplus \Theta_{p'_z}^{-1} \partial_z$   $\bigoplus M_{-1}(K(z))$  ("геометрический трансфер")  
 $M(K(t)) \xrightarrow{-\partial_\infty^1} M_{-1}(K)$   
 $M_{-1}(K) \xrightarrow{\Theta_{p_\infty}} H_\infty^1(p'_K; M)$   
 $\gamma \dashrightarrow H^1(p'_K; M)$   
 $\sim \sum_{z \in (p'_K)^{(1)}} \tau_k^{k(z)} \Theta_{p_z} \partial_z = 0$

**Лемма**  $z \in p'_K$ ,  $z$  -  $K$ -рациональная,  $P_z = t - z$ ,  
 $\Theta_{t-z}: M_{-1}(K) \xrightarrow{\sim} H_z^1(p'_K; M) \simeq H^1(p'_K; M)$   
 $\sim \Theta_{t-z} = \gamma$

Д-во: заменим  $t \mapsto t - z$ : возникнет коммутация

$$\begin{array}{ccc} M_{-1}(K[t]) & \longrightarrow & H^1(p'_K \times A'_K; M) \\ \downarrow & & \downarrow \\ M_{-1}(K) & \longrightarrow & H^1(p'_K; M) \end{array}$$

$t \mapsto -1/t$   
 - аналогично

□

Посмотрим на другие определения трансфера:  
 ①  $M_{-1}(K(z)) \xrightarrow{\Theta_{p_z}} H_z^1(p'_K; M)$

$H^1(p'_K; M) \simeq M_{-1}(K)$

$$\textcircled{2} \quad \mathbb{P}'_K - \mathbb{Z} \hookrightarrow \mathbb{P}'_K \longrightarrow \text{Th}(\mathcal{V}_{\mathbb{Z}})$$

$\parallel \swarrow \xleftarrow{\text{после выбора } P_{\mathbb{Z}}}$   
 $\text{Spec } K(\mathbb{Z})_+ \wedge T$

$$M_{-1}(K(\mathbb{Z})) \simeq \text{Hom}_{H.}(T \wedge \text{Spec } K(\mathbb{Z})_+; BM)$$

$\downarrow \xleftarrow{\text{после выбора } P_{\mathbb{Z}}}$

$$\text{Hom}_{H.}((\mathbb{P}'_K)_+, BM) \simeq H'(\mathbb{P}'_K, M) \simeq M_{-1}(K)$$

**Опр.**  $Q \in K[t], \text{char } K = p \rightsquigarrow Q = Q_0(t^{p^i}) \quad L = K[t]/Q$

$$Q_0\text{-сепарабельный} \Rightarrow L/K \hookleftarrow L/L^{\text{sep}}_K$$

$$\omega_0(t) := Q'_0(t^{p^i}) \in L^*$$

$$L/K, L = K[x] \quad (x = \bar{t}) \quad (\text{"коhomологический трансфер"})$$

$$\rightsquigarrow \text{Tr}_K^L: M_{-1}(L) \xrightarrow{\langle \omega_0(x) \rangle} M_{-1}(L) \xrightarrow{\tau_K^L} M_{-1}(K)$$

**Th 4.27**  $L/K$  — конечное расширение. Пусть выполнено одно из:

①  $\text{char } K \neq 2$

②  $L/K$  сепарабельно

③  $G \curvearrowright M$  тривиально

Рассмотрим  $K = L_0 \subset L_1 \subset \dots \subset L_r = L$

$$L_i = L_{i-1}[x_i]$$

Тогда композиция

$$M_{-2}(L) \longrightarrow M_{-2}(L_{i-1}) \longrightarrow \dots \longrightarrow M_{-2}(K)$$

зависит только от  $L/K$   $\left[ \begin{array}{c} S^*: X * G_m \longrightarrow X * G_m \\ (x, t) \longmapsto (x, s(x)t) \end{array} \right] - \text{для } s \in \mathcal{O}_X^*$

$$0 \longrightarrow M(X) \longrightarrow M(G_m * X) \longrightarrow M_{-1}(X) \longrightarrow 0$$

$$\downarrow S^* \quad M(G_m * X) \longrightarrow M_{-1}(X) \longrightarrow 0$$

$\sim GW \times M_{-1} \longrightarrow M_{-1}$ ; более того,  $K_n^{MW} \times M_{-n-1} \longrightarrow M_{-1}$

• Если же  $\text{char } K = 2$  и расширение чисто несепарабельное, то  $\text{Tr}_K^L$  зависит от тривиализации.

• Если выполнено (1) или (2), то есть ф-ла проекции  $u \in K, m \in M_{-2}(L)$

$$\Rightarrow \text{Tr}_K^L(\langle u|_L \rangle m) = \langle u \rangle \text{Tr}_K^L(m)$$

• Если  $M = \underline{K}_{n+2}^M$ , то  $M_{-2} = \underline{K}_n^M$ ; действие  $GW$  тривиально

эти трансферы совпадают с трансферами Басса-Тейта

$$\begin{array}{ccc} Y & \xrightarrow{z} & A' \times X \\ & \searrow & \downarrow \\ & & X \end{array} \quad \begin{array}{l} K(X) = K \\ K(Y) = L = K(x) \end{array}$$

конечный  
сюръективный

$$\begin{array}{ccc} M_{-2}(Y) & \longrightarrow & M_{-2}(X) \\ \uparrow & & \uparrow \\ \tau_K^L: M_{-2}(L) & \longrightarrow & M_{-2}(K) \end{array}$$

но не получается для  $\text{Tr}_K^L$

D-во т4.27 — см. §4.3

$$\begin{array}{ccccc} & & K[x] = E & & \\ & \swarrow & & \searrow & \\ K & & & & K[x, y] = L \\ & \searrow & & \swarrow & \\ & & K[y] = F & & \end{array}$$

$$\text{хочется: } \text{Tr}_K^E \text{Tr}_E^L = \text{Tr}_K^F \text{Tr}_F^L$$

$$(x, y) = z \in \mathbb{P}' \times \mathbb{P}'$$