

[Th] $B \in \Delta^{\text{op}} \text{Shv} \text{Nis} \rightsquigarrow \pi_1^{A'}(B)$ — сильно A' -инвариантный

[Def] $\pi_n^{A'}(B)$ — пучок, ass. с $U \mapsto \text{Hom}_{H_s(k)}(S^n \wedge U_+, B)$

Следствие ① $\pi_n^{A'}(B)$ строго A' -инв. при $n \geq 2$ $\uparrow \pi_n^S(B)$
 $\pi_1^{A'}(\bigcup_S^{n-1} B) \simeq \pi_n^{A'}(B)$ $\parallel$ $\text{Hom}_{H_s(k)}(\dots)$

② $B \in \Delta^{\text{op}} \text{Shv} \text{Nis}$, B симм. связные

1) $B - A'$ -лок. $\Leftrightarrow_2$ $(\text{Coker}(B, \Rightarrow B_0) = *)$
 $\pi_1^S(B)$ сильно A' -инв.

Лемма $G := \pi_1^{A'}(B) \leftarrow \pi_1^S(B)$ строго A' -инв. + $B - A'$ -лок.

① X гладкое, $\dim X \leq 1$

$$\rightsquigarrow \text{Hom}_{H_s(k)}(S' \wedge X_+, B) \rightarrow \text{Hom}_{H_s(k)}(S' \wedge X_+, BG) = G(X)$$

$\uparrow$ сюръективно

② X гладкое, $\dim X \leq 2$

$$\rightsquigarrow \text{Hom}_{H_s(k)}(X_+, B) \rightarrow \text{Hom}_{H_s(k)}(X_+, BG) = H_{\text{Nis}}^1(X, G)$$

$\uparrow$ сюръект.; инъект. для $\dim X \leq 1$

"Док-во" 1)

$$\begin{array}{ccc} P_3 & & \\ \downarrow & & \\ P_2 & & \\ \uparrow & \searrow & \\ B & \xrightarrow{S' \wedge X_+} & BG \end{array}$$

$$\text{Hom}_{H_s}(S' \wedge X_+, K(\pi_2, 3))$$

$$\parallel \text{Hom}_{H_s}(X_+, K(\pi_2, 2)) = \dots = H^2(X, \pi_2)$$

2) как-то аналогично

Theorem В 0-связных, A' -локальных

① $R\underline{\text{Hom}}_A(A_m, B) := \underline{\text{Hom}}_A(A_m, B^f) \leftarrow$ $O\text{-objekt}$

$$(2) \quad \pi_n^{A'}(R\text{Hom}_\bullet(A_m, B)) \xrightarrow{\sim} (\pi_n^{A'}(B))_{-1}, \quad n > 0$$

$$(3) \quad i \geq 0, n \geq 0 \leadsto \text{Hom}_{H.(k)}(S^n \wedge G_m^{\wedge i}, B) \xrightarrow{\sim} \pi_n^{A'}(B)_{-i}(k)$$

"D-60": 1) Достаточное 2-е: $\text{Hom}_{H^{\sharp}}(\text{Spec}(F), R\underline{\text{Hom}}(G_n, B)) \xrightarrow[\neq]{\forall F}$

и мы считаем (!) $F = K \hookrightarrow \text{Hom}_{H^*}(A_m, B)$

Лемма G — сильно A' -инв $\leadsto H^1(G_m, G) = 0$

$$H'(\mathbb{G}_m, G) = \prod_{y \in G_m^{(1)}} H'_y(\mathbb{G}_m, G) / G(k(t))$$

$$\prod_{y \in A'^{(1)}} H'_y(A'; G) / G(k(t)) = H'(\underbrace{A'}_{*}, G)$$

$$2) \operatorname{Hom}_{H.(k)} (S^n \wedge G_m \wedge \mathcal{U}_+, B) \xrightarrow{\sim} \pi_n(B)_{-1}(\mathcal{U})$$

$$\text{Ker}(\pi_n(\beta)(\phi_n) \xrightarrow{eV_1} \pi_n(\beta)(k))$$

можно пров. на полях (из-за сильной Δ' -итв),

считают $n=1$, считают $F=k$ (!?)

$$\leadsto \text{остаток } \operatorname{Hom}_{H_*(k)}(S' \wedge G_m, B) \xrightarrow{\sim} \pi_1(B)_{-1}(k)$$

A' -производная категория

и пространства Эilenберга-Маклесна

$ab(k)$ — пучки Нисневича абелевых групп на S_m/k

$$\leadsto C_*(ab(k))$$

$$\leadsto D(ab(k))$$

[Зам.] Если $\forall X C_*(X)$ — комплекс аб. групп без кручения, то $\underline{RHom}_*(C_*, D_*) = \underline{Hom}_*(C_*, D_*^f)$

[Опр.] $i) D_* \in Com(ab(k))$ — A' -локальные, если $\forall C_* \in Com(ab(k))$

$$Hom_{D(ab, k)}(C_*, D_*) \xrightarrow{\sim} Hom_{D(ab(k))}(C_* \otimes^L(A'), D_*)$$

2) $C_* \longrightarrow D_*$ — A' -qis, если $\forall E_*$ — A' -локального

$$Hom_{D(ab(k))}(D_*, E_*) \xrightarrow{\sim} Hom_{D(ab(k))}(C_*, E_*)$$

$$3) D_{A'}(k) = Com(ab(k)) [A' - qis]$$

[Лемма] $\exists$ функтор $L_{A'}^{ab} : Com_*(ab(k)) \rightarrow Com_*(ab(k))$

и $\Theta : Id \longrightarrow L_{A'}^{ab}$ т.ч. $L_{A'}^{ab}(C_*)$ — A' -локален,

$$\Theta_{C_*} : C_* \longrightarrow L_{A'}^{ab}(C_*) \quad A' - qis$$

[Следствие] $L_{A'}^{ab} : D(ab(k)) \xrightarrow{\sim} D_{A' - loc}(ab(k)) : in$

полная подкатегория
 A' -лок. объектов

$$и D_{A' - loc}(ab(k))$$

$$\simeq D_{A'}(ab(k))$$

Построение $L_{A'}$:

$$L_{A'}^{(1)}(C_*) := \text{cone}(ev_1: \underline{\text{Hom}}.(\tilde{Z}/A'), C_*^f) \rightarrow C_*^f$$

$$L_{A'}^{(n)} = L_{A'}^{(1)} \circ L_{A'}^{(n-1)}$$

$$L_{A'}^\infty(C_*) = \varinjlim L_{A'}^{(n)}(C_*)$$

$\boxed{\text{Th}}$ C_* (-1) -связный $\leadsto L_{A'}^{\text{ab}}(C_*)$ (-1) -связный

$\boxed{\text{Следствие}}$ 1) $\hat{C}_{\geq n}(C_*)$ A' -лок. для A' -лок. C_*

2) C_* A' -лок. $\Leftrightarrow H_n(C_*)$ строго A' -инв. $\forall n$

$\leadsto$ появилась T -структура; ее сердцевина — строго A' -инв.

пучки ад. групп: $\text{ab}_{A'}(k)$

$\leadsto \text{ab}_{A'}(k)$ — аделева категория; $\text{ab}_{A'}(k) \subseteq \text{ab}(k)$ — точное