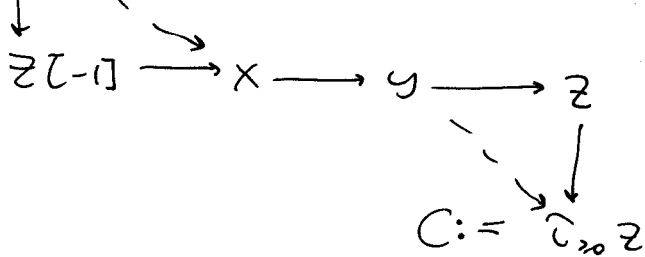


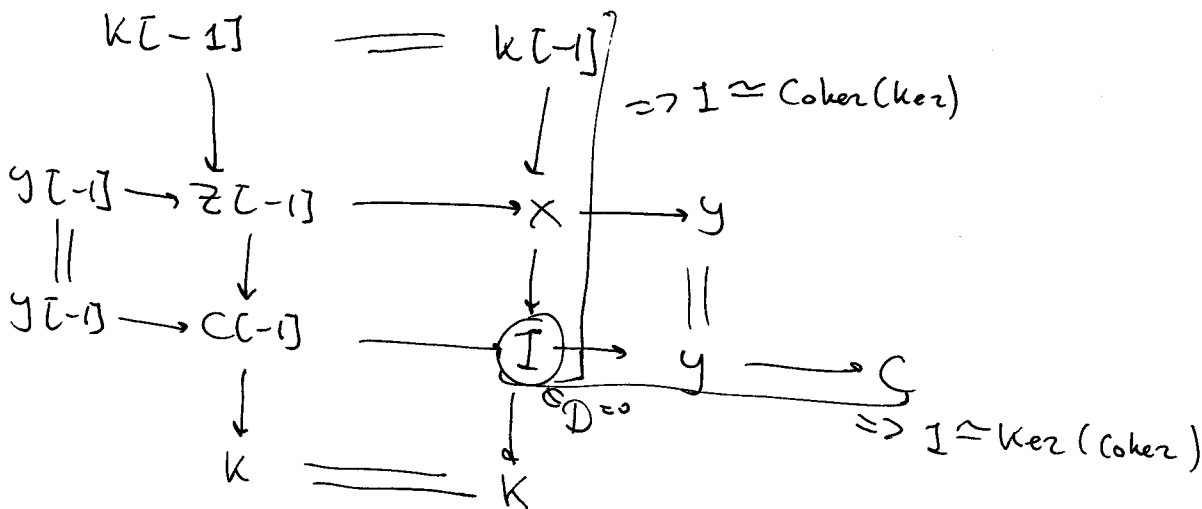
Теперь можем определить $H^0 := \tilde{c}_{\leq 0} \circ \tilde{c}_{\geq 0}$

$$f: X \rightarrow Y \quad \{ (x, y \in D^{\geq 0} \cap D^{\leq 0} =: D^{=0}) \}$$

$\tilde{c}_{\leq -1} =: k[-1]$ как какому корню f ? $X \rightarrow Y \rightarrow C(f) ?$



Почему $\ker(\text{Coker}(f)) \cong \text{Coker}(\ker(f))$?



Теорема

H^0 — гомологический,

т.е. \forall выделенного $\Delta \quad X \rightarrow Y \rightarrow Z \rightarrow X[1]$

$H^0(X) \rightarrow H^0(Y) \rightarrow H^0(Z) \rightarrow \dots$ — точная последовательность

$H^n := H^0(X[n])$

Склеивка t-структур

$U \xrightarrow{i} X \xleftarrow{j} F$

$i_! : Sh(U) \rightarrow Sh(X)$ — продолжение нулем — точный

$i^! = i^* : DSh(X) \rightarrow DSh(U)$ — ограничение — точный

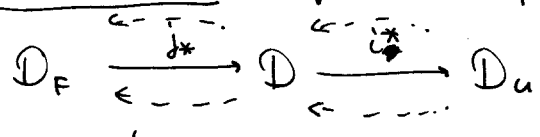
$i_* : Sh(U) \rightarrow Sh(X)$ — точный слева

$j^* : Sh(X) \rightarrow Sh(F)$ — точный

$j_! = j_* : Sh(F) \rightarrow Sh(X)$ — точный

$j^! : DSh(X) \rightarrow DSh(F)$ — точный слева

Данные склейки: три категории и шесть функторов



① $j^* \dashv j_* \dashv j^!$

② $i_! \dashv i^* \dashv i_*$

③ $i^* j_* = 0$

④ $i_! i^* A \rightarrow A \rightarrow j_* j^* A \rightarrow$
 $j_* j^! A \rightarrow A \rightarrow i_* i^* A \rightarrow$

⑤ $j^* j_* \cong 1 \cong j^! j_*$

$i^* i_* \cong 1 \cong i^! i_!$

Замечание $j^* i_! = 0$ и $j^! i_* = 0$

Теорема о смешке

Пусть есть данные смешки
+ t -структуры на \mathcal{D}_U и на \mathcal{D}_F

→ на \mathcal{D} есть t -структура следующего вида:

$$\mathcal{D}^{\leq 0} = \{ X \in \mathcal{D} \mid i^* X \in \mathcal{D}_U^{\leq 0}, j^* X \in \mathcal{D}_F^{\leq 0} \}$$

$$\mathcal{D}^{\geq 0} = \{ X \in \mathcal{D} \mid i^* X \in \mathcal{D}_U^{\geq 0}, j^* X \in \mathcal{D}_F^{\geq 0} \}$$

Доказ-во (1) лемма

(2) $X \in \mathcal{D}^{\leq 0}, Y \in \mathcal{D}^{\geq 1}$

$$i_! i^* X \longrightarrow X \longrightarrow j_* j^* X \longrightarrow \dots [1]$$

$$\text{Hom}(j_* j^* X, Y) = \text{Hom}(j^* X, j^! Y) = 0$$

$\begin{matrix} \uparrow & \uparrow \\ \mathcal{D}_F^{\leq 0} & \mathcal{D}_F^{\geq 1} \end{matrix}$

(3) $i^* X \longrightarrow \tau^{\geq 1} i^* X$

$$X \longrightarrow i_* i^* X \longrightarrow i_* \tau^{\geq 1} i^* X$$

$$Y \longrightarrow X \longrightarrow i_* \tau^{\geq 1} i^* X \longrightarrow Y[1]$$

аналогично,

$$A \longrightarrow Y \longrightarrow j_* \tau^{\geq 1} j^* Y \longrightarrow A[1]$$

$$\begin{array}{ccccccc}
 & & A & \xlongequal{\quad} & A & & \\
 & & \downarrow & & \downarrow & & \\
 i_* \tau^{\geq 1} i^* X[-1] & \longrightarrow & Y & \longrightarrow & X & \longrightarrow & \dots [0] \\
 \parallel & & \downarrow & & \downarrow & & \parallel \\
 i_* \tau^{\geq 1} i^* X[-1] & \longrightarrow & j_* \tau^{\geq 1} j^* Y & \longrightarrow & B & \longrightarrow & \dots [0]
 \end{array}$$

применим i^* и map

$$A[-1] \longrightarrow A[1]$$

$$0 \longrightarrow i^* B \longrightarrow \tau^{\geq 1} i^* X \longrightarrow \dots$$

↓

$$\longrightarrow i^* B \in \mathcal{D}^{\geq 1}$$

аналогично, $i^* A \cong \tau^{\leq 0} i^* X$
 далее применим j^* и вернемся к первоначальному порядку \mathcal{D} и порядковости \mathcal{D}

$$\begin{aligned} &\longrightarrow j^* A \cong \tau^{\leq 0} j^* X \\ &\longrightarrow j^! B \cong \tau^{\geq 1} j^* Y \end{aligned}$$

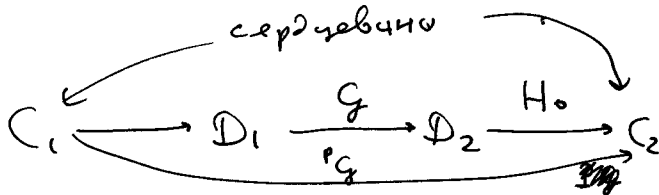
Невырожденность:

$$\Rightarrow \text{то если } \mathcal{D}^{-\infty} := \bigcap_{i \in \mathbb{Z}} \mathcal{D}^{\leq i} = 0$$

$$\mathcal{D}^{+\infty} := \bigcap_{i \in \mathbb{Z}} \mathcal{D}^{\geq i} = 0$$

Ограниченность:

$$\bigcup_{i \in \mathbb{Z}} \mathcal{D}^{\leq i} = \bigcup_{i \in \mathbb{Z}} \mathcal{D}^{\geq i} = \mathcal{D}$$



Опр. $\mathcal{D}_i, \mathcal{C}_i, \varepsilon_i: \mathcal{C}_i \rightarrow \mathcal{D}_i$

$F: \mathcal{D}_1 \rightarrow \mathcal{D}_2$ называется t-точкой слева

если $F(\mathcal{D}_1^{\geq 0}) \subseteq \mathcal{D}_2^{\geq 0}$, и t-точкой справа,

если $F(\mathcal{D}_1^{\leq 0}) \subseteq \mathcal{D}_2^{\leq 0}$

Увл. $F: \mathcal{D}_1 \rightarrow \mathcal{D}_2$ — t-точка слева \Rightarrow PF-точка слева