А. Ананьевский

Factorization of simple alg. groups Liebeck, Saxl, Seitz 1996

$\boxed{19.05.2008}$

G — простая алг. группа

$G = XY$; X, Y — замкнутые

- максимальные в классических
- любые в исключительных
- минимальные разложения

Онищик — parabolic, char-∀

Кантор — parabolic, $p=0$

<u>Лемма</u>

1. $G = XY \to G = X^h Y^g$
2. $G = XY \longrightarrow G = X^\circ Y^\circ$
3. $X \leq N_G(D)$, D — не центральна $\rightsquigarrow D^g \not\leq Y$

$\boxed{\text{Th. A}}$ G — искл., $G = XY$; X, Y — замкнутые $\Rightarrow$

1. $G = F_4$, $p=2$, $X^\circ = D_4$ или B_4, $Y = \widetilde{D_4}$ или C_4
2. $G = G_2$, $p=3$, $X^\circ = A_2$, $Y^\circ = \widetilde{A_2}$

короткие корни

$\boxed{\text{Th. B}}$ G — класс., V — ест. модуль, $G = XY$, X, Y — макс. замкн. связн.

$\rightsquigarrow$ 1. параболические

$SL_{2m} = Sp_{2m} P_1 = Sp_{2m} P_{2m-1}$ $(m \geq 2)$

$SO_{2m} = N_1 P_m = N_1 P_{m-1}$ $(m \geq 4)$

$SO_8 = B_3 P_i$ $(i = 1, 3, 4)$, $V \downarrow B_3 = V_{B_3}(\lambda_3)$

$SO_7 = G_2 P_1$

$Sp_6 = G_2 P_1$ $(p=2)$

2. непараб., p — любое

$SO_{2m} = (Sp_m \otimes Sp_2) N_1$ $(m$ — четно$)$

$SO_{16} = B_4 N_1$ $(V \downarrow B_4 = V_{B_4}(\lambda_4))$

$PSO_8 = B_3 B_3^\tau = B_3 N_3 = B_3 (Sp_4 \otimes Sp_2)$

$SO_7 = G_2 N_1$

③ Непар., $p=3$

$SO_{25} = F_4 N_1 \quad (V\downarrow F_4 = V_{F_4}(\lambda_4))$

$SO_{13} = C_3 N_1 \quad (V\downarrow C_3 = V_{C_3}(\lambda_2))$

④ $p=2$

$Sp_{2m} = SO_{2m} N_{2k} \quad (1 \leq k \leq m-1)$

$SO_{56} = E_7 N_1 \; (V\downarrow E_7 = V_{E_7}(\lambda_7))$

$SO_{32} = D_6 N_1 \; (V\downarrow D_6 = V_{D_6}(\lambda_5)$ или $V_{D_6}(\lambda_6))$

$SO_{20} = A_5 N_1 \; (V\downarrow A_5 = V_{A_5}(\lambda_3))$

$Sp_6 = G_2 SO_6$

Следствие 1

G — макс.

$G = XY$, α — авто $\leadsto X^\alpha$ или Y^α — приводим

Следствие 2

$\dim V = n$, G — замкн.

$G \leq SL_n$, G транз. на $\dim = i$

$\Rightarrow G = SpV$ или $G = G_2$, $n=6$, $p=2$ $\quad i=1$ или 5