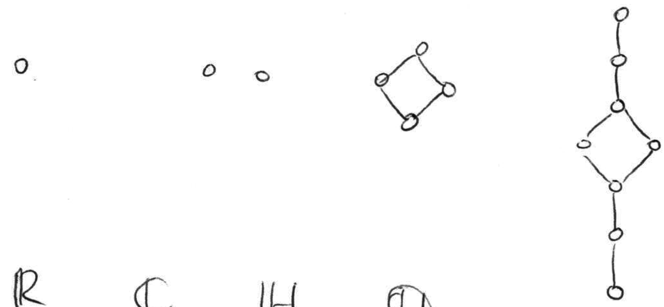
19.02.2009

Н.А.В.

$\mathbb{R}$	$\mathbb{C}$	$\mathbb{H}$	$\mathbb{O}$



	$\mathbb{R}$	$\mathbb{C}$	$\mathbb{H}$	$\mathbb{O}$
$\mathbb{R}$	A_1	A_2	C_3	F_4
$\mathbb{C}$	A_2	$2A_2$	A_5	E_6
$\mathbb{H}$	C_3	A_5	D_6	E_7
$\mathbb{O}$	F_4	E_6	E_7	E_8

1. Конструкция Титса
2. Конструкция Винберга
3. Тройственность

1992 Deligne

Deligne, de Mans

$G_2 \quad F_4 \quad E_6 \quad E_7 \quad E_8$

ad $\quad S^2(\mathrm{ad}) \quad S^3(\mathrm{ad})$ — разложения устроены однородным образом

Westbury

Landsberg – Manivel

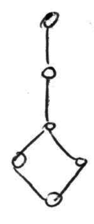
Vogel

...

P. Cvitanović

$$A_1 \leq A_2 \leq G_2 \leq B_3 \leq D_4 \leq B_4 \leq F_4$$

$\mathbb{R}$	$\mathbb{C}$	$\mathbb{H}$	$\mathbb{S}$	$\mathbb{O}$
1	2	4	6	8

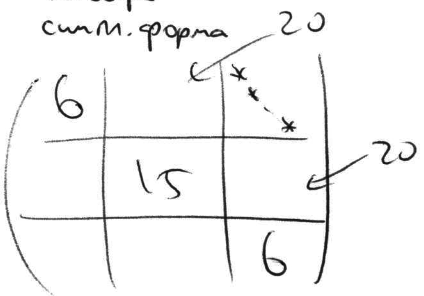


$\mathbb{R}$	$\mathbb{C}$	$\mathbb{H}$	$\mathbb{S}$	$\mathbb{O}$
A_1	A_2	C_3	$C_3\cdot H_{14}$	F_4
A_2	$2A_2$	A_5	$A_5\cdot H_{20}$	E_6
C_3	A_5	D_6	$D_6\cdot H_{32}$	E_7
$C_3\cdot H_{14}$	$A_5\cdot H_{20}$	$D_6\cdot H_{32}$	$D_6\cdot H_{32}\cdot H_{44}$	$E_7\cdot H_{56}$
F_4	E_6	E_7	$E_7\cdot H_{56}$	E_8

H_{2l} — алгебра Гейзенберга

V, $(\,,\,)$ — невыр. симм. форма; $\dim V = 2l$

$H_{2l} = V \oplus K$



$$L = L_{-2} + L_{-1} + \boxed{L_0 + L_1 + L_2}$$
$$L_0 + K$$

$$\dim E_{7\frac{1}{2}} = 133 + 56 + 1 = 190$$

$$\dim L = \frac{(\alpha - 2t)(\beta - 2t)(\gamma - 2t)}{\alpha\beta\gamma}, \text{ где } \alpha + \beta + \gamma = t$$

$2t$ — собств. число оператора Казимира в присоединенном представлении

$$S^2(ad) = S^2 L = K + V(4t - 2\alpha) + V(4t - 2\beta) + V(4t - 2\gamma)$$

$\tilde{\mathbb{O}}$ ← расщ. форма

$\tilde{\mathbb{O}} = \hat{\mathbb{H}} \oplus \hat{\mathbb{H}}$ ← как модуль $\qquad \hat{\mathbb{H}} = M(2, \mathbb{R})$

$\mathbb{O}$ — Кэли-Диксон

$\mathbb{O}$ — Кэли-Грэйвс

$$(x_1, y_1)(x_2, y_2) = (x_1 x_2 - \varepsilon y_2 \bar{y}_1, \bar{x}_1 y_2 + x_2 y_1)$$

$\varepsilon > 0$ компактная

$\varepsilon < 0$ расщепленная

Вторая компонента отн-но действия первой не будет неприводимой, а распадывается на две.

$$\hat{\mathbb{O}} = U_- + \hat{\mathbb{H}} + U_+ \rightsquigarrow \hat{\mathbb{S}} = \hat{\mathbb{H}} + U_+$$