5.03.2009

А.В. Степанов

$\boxed{\text{Теорема}}$ $\Phi = A_l, D_l, E_l$

$Z \subseteq A$ — (квази-алгебраическое) конечное расширение колец.

$\forall H : E(\Phi, Z) \leq H \leq G(\Phi, A)$

$\exists! R : \ Z \subseteq R \subseteq A$ такое, что

$$E(\Phi, R) \leq H \leq N(R)$$

где $N(R)$ — нормализатор $E(\Phi, R)$ в $G(\Phi, A)$

A — это то, что мы хотим

$\boxed{\text{Лемма 1}}$ R — полулокальное кольцо, A — квазиалгебраично над R $\Rightarrow A$ — полулокально

$\boxed{\text{Лемма}}$ $R \subseteq A$ — $\forall$ расш. колец, A — полулокально

$\forall a \in G(\Phi, A) \ \exists b \in E(\Phi, R)$:

$ab \in BWB$

$\rightsquigarrow$ у нас есть $b_1 t w_0 b_2$, где $b_1, b_2 \in U(\Phi, A)$

$w_0 \in N(\Phi, R)$, $t \in T(\Phi, A)$; $\exists \gamma$ — max корень

$\boxed{\text{Лемма}}$ можно считать:

- $\gamma(t) \notin R$, $\gamma(t)$ — целый над R

либо

- $ab \in$ собственной параболическая

$\boxed{\text{Лемма}}$ Z — локально; A — его конечное расширение

Тогда $\forall H : E(\Phi, Z) \leq H \leq G(\Phi, A)$

$\exists! R : Z \subseteq R \subseteq A$ такие, что

$$E(\Phi, R) \leq H \leq N(R)$$

$\square$ $a \in H$, по лемме 3 $\exists b \in E(\Phi, Z)$ | R — подкольцо, ассоциированное с H

$ab = b_1 t w_0 b_2$

$H \ni x_\gamma(R)^{ab} = x_\gamma(\gamma(t) R)^{w_0 b_2} =$

$= x_{-\gamma}(\gamma(t) R)^{b_2}$

Кроме того: $\langle \underset{\text{там есть}}{x_\gamma(R)}, x_{-\gamma}(\gamma(t) R) \rangle^{b_2} \subseteq H$

$\boxed{\text{Лемма}}$ (Диксона–Баширова в формулировке Нужина)

$\exists q' \notin R$:

$\langle x_\gamma(R), x_{-\gamma}(qR)\rangle \ni x_\gamma(q')$,

q' — целый над R

$(P)SL_2(R[q])$

в случае, когда все поля вычетов R бесконечны.

Теперь док-во заканчивается просто:

$\Rightarrow x_\gamma(q') = x_\gamma(q')^{b_2} \in H \rightsquigarrow q' \in R$ — противоречие, значит, ab лежит в параболической

$\boxed{\text{Лемма 6}}$ Если $a \in H$, R — подкольцо, $a \in$ … H

$a \in$ собственной параболической

$\Rightarrow a \in N(R)$

$\mathfrak{m} \in Max(R)$

$R_\mathfrak{m}$ — локализация $= (R \setminus \mathfrak{m})^{-1} R$

$A_\mathfrak{m} = (R\setminus\mathfrak{m})^{-1} A = R_\mathfrak{m} \otimes_R A$

$E(\Phi, R) \leq H \leq G(\Phi, A)$ и R — ассоциированное с H

гомоморфизм локализации

$H_\mathfrak{m} = \langle E(\Phi, R_\mathfrak{m}), F_\mathfrak{m}(H)\rangle$

$\exists R^\mathfrak{m}$:

$\rightsquigarrow E(\Phi, R^\mathfrak{m}) \leq H_\mathfrak{m} \leq N(R^\mathfrak{m})$

$R(\mathfrak{m}) = F_\mathfrak{m}^{-1}(R^\mathfrak{m})$

$\boxed{\text{Лемма 7}}$ $\forall q \in R(\mathfrak{m})\ \exists s \in R\setminus\mathfrak{m}$:

$sq \in R$

$\square$ $x_\alpha(q) = x_{\alpha_1}(\frac{q_1}{s}) \cdot h_1 \dots$

$[x_\alpha(q), x_\beta(s^m)] \overset{\cap H}{=} x_{\alpha+\beta}(q \cdot s^m)$

$\boxed{\text{Следствие}}$ $\bigcap_{\mathfrak{m} \in Max(R)} R(\mathfrak{m}) = R$

$F_\mathfrak{m}(E(R)^H) \subseteq G(\Phi, R^\mathfrak{m}) \Rightarrow E(R)^H \subseteq G(\Phi, R(\mathfrak{m})) \Rightarrow \subseteq \bigcap_\mathfrak{m} G(\Phi, R(\mathfrak{m})) =$

$= G(\Phi, R)$, но $E(\Phi, R)$ — наиб. совершенная $\rightsquigarrow \subseteq E(\Phi, R)$.