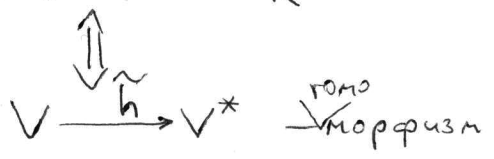


Унитарные группы

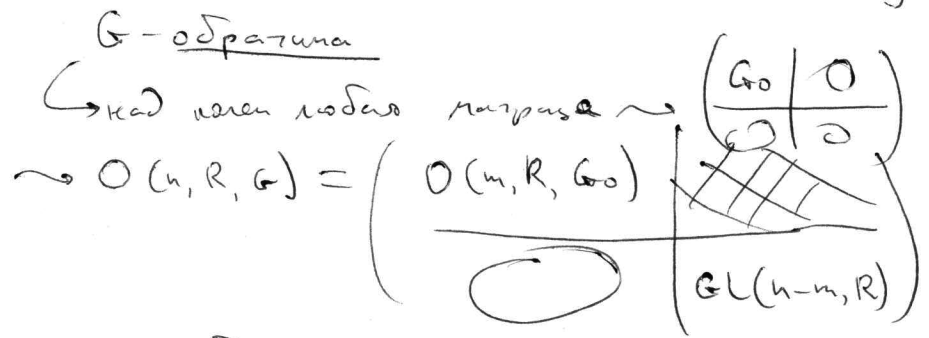
$R (= \mathbb{Z})$ — кольцо (или $\mathbb{Z}[1/2]$) с инволюцией

$h: V \times V \rightarrow R$



Во всех теоремах ~~не~~ рассматривается только случай невырожденной формы, когда h — изоморфизм унитарной

$O(n, R, G) = \{x \in GL(n, R) \mid x G x^T = G\}$ матрица Грама $G^T = G$



Пусть форма не обязательно унитарна.

Вопрос. Когда она допускает примитивное вложение в унитарную форму?

$h: V \times V \rightarrow R$

$V \subseteq U$

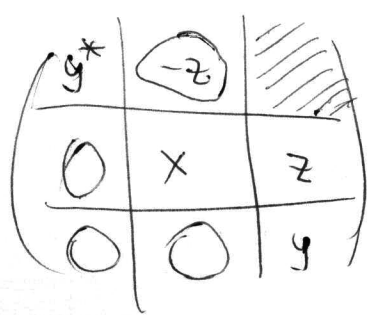
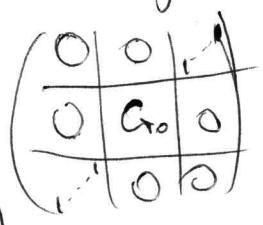
$g: U \times U \rightarrow R$

(2)

$g|_{V \times V} = h$

U/V — свободный R -модуль

Над полем — всегда:



$x \in O(m, R, G_0)$
 $y \in GL(n-m, R)$

Теорема Если $n \geq 5$, $n-m \geq 3$, то норм. подгруппы

$O(n, R, G)$ известны

Простенький пример

$$\begin{pmatrix} 2 & & & & \\ & \ddots & & & \\ & & 2 & & \\ & & & 3 & \\ 0 & & & & \ddots \\ & & & & & 3 \end{pmatrix}$$

Eva Bayer-Flickiger — Laura Fainzilber

Inv. Math., 1996.

Теорема Описание неунимодулярных форм над R сводится к описанию унимодулярных форм над другими кольцами.

$$\{ \text{End}_R(V) \xrightarrow{\rho} V^* \}$$

$$\begin{pmatrix} d_1 & & & & \\ & d_2 & & & \\ & & & 0 & \\ & & & & \ddots \\ 0 & & & & & d_n \end{pmatrix}$$

— над OR_n .

$d = d_1 \dots d_n$ — дискриминант формы

Ответы на все вопросы структурной теории есть

только для полулокальных колец, в которых все идеалы главные

B. Pollak

C. Rehm

Chang

Проблема Доказать все структурные результаты для дедендированных колец арифметического типа с бесконечной мультипликативной группой

Вопрос При каких условиях на форму удастся описать норм. подгруппы в $O(n, R, G)$ для произвольного норм. G ?

Задача Учесть формальный параметр

M. Kneser, 1964–1978?