5.10.2009

Новые вариации на тему метода разложения унипотентов

Н.А. Вавилов

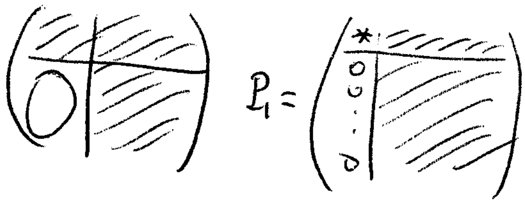
$G = GL(n,R)$ $\quad$ R — комм. кольцо

$g \in$ $\quad t_{ij}(\xi) = x_\alpha(\xi)$ $\qquad$ $E = E(n,R) = \langle t_{ij}(\xi),\ 1 \le i \ne j \le n,\ \xi \in R \rangle$

$g\, t_{ij}(\xi) g^{-1} \qquad [g, t_{ij}(\xi)]$

1. H. Bass, 1964
 - раскладывать g : $GL(n,R) = E(n,R) \cdot GL(n-1,R)$
 если $n > sr(R)$ — размерность R с точки зрения лин. групп

2. Суслин, 1976



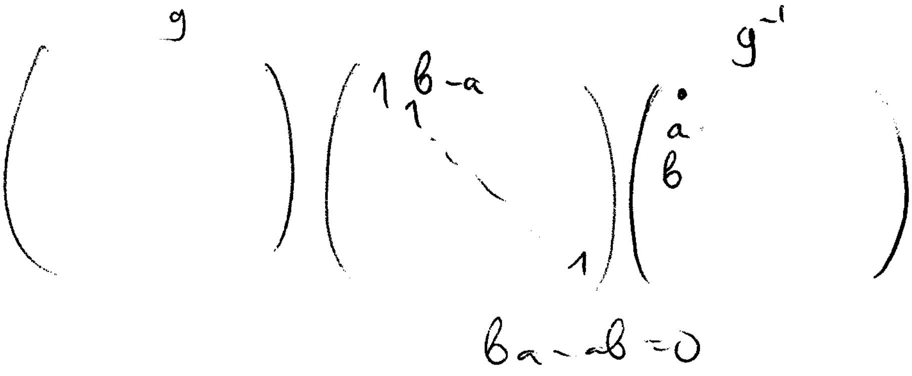
 $n \geqslant 3$
 $a_1x_1 + \ldots + a_nx_n = 0$
 - известны все решения, если $a_1R + \ldots + a_nR = R$

3. Квиллен-Суслин, 1976 — localisation & patching
 метод локализации $\qquad$ 1977 — применил к лин. группам
 - раскладывать ξ
 $\xi = \xi_1 + \ldots + \xi_t$ $\qquad$ Васерштейн
 $t_{ij}(\xi) = \prod t_{ij}(\xi_r)$ $\qquad$ Бак — localisation - completion
 $[h, g]$

4. Степанов, 1987

$n \geqslant 3$

$$t_{ij}(\xi) = \prod t_{ij}(\ldots)\, t_{ih}(\ldots) \qquad h \ne i, j$$



$$ba - ab = 0$$

$$t_{12}(\xi) = \prod t_{12}(g_{k3}\, \xi\, g'_{3k})\, t_{13}(-g_{k3}\, \xi\, g'_{2k})$$

$g\, t_{ij}(\xi) g^{-1} = \ldots$

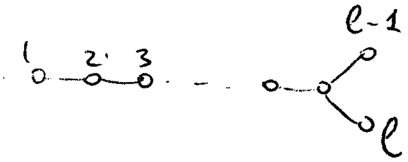
$\boxed{\text{Тема}}$ Если R — комм, $n \geqslant 3$, то $\forall g \in GL(n,R)$ группа $E(n,R)$ порождается матрицами X т.ч. X и $gXg^{-1} \in P^w$, w — перестановка

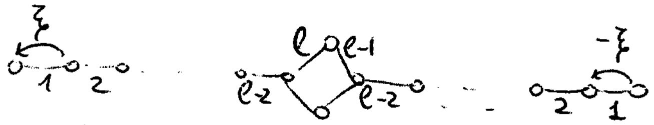
$$\begin{pmatrix} 1 & \cdot & \cdot & \cdot \\ & 1 & & \\ & & 1 & \\ & & & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \cdot & \cdot & & \\ a & d & & \\ b & e & & \\ c & f & & \end{pmatrix}$$

$SO(n, R)$ $\qquad$ $Sp(2l, R)$

$n = 2l$

D_l

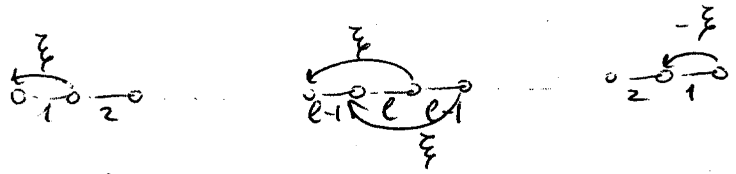




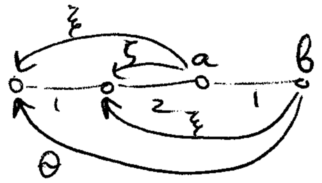
$$g_4^{-1}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & & & b & -a & 0 \\ & 1 & & -c & 0 & a \\ & & 1 & 0 & c & -b \\ \hline & & & 1 & & \\ & & & & 1 & \\ & & & & & 1 \end{array}\right)\left(\begin{array}{c|c} \vdots & \\ \hline a & \\ b & \\ c & \end{array}\right)$$

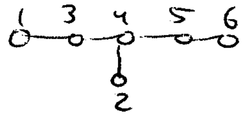
C_l

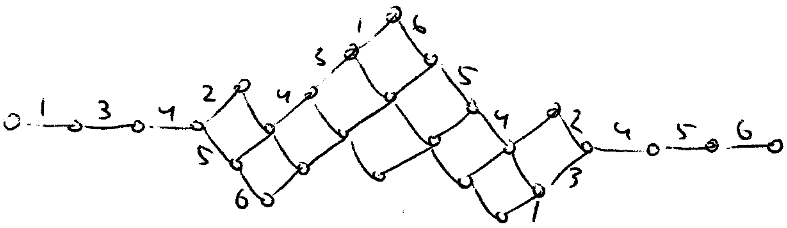


C_2



$$\left(\begin{array}{cc|cc} 1 & & ab & -a^2 \\ & 1 & -b^2 & ab \\ \hline & & 1 & \\ & & & 1 \end{array}\right)\left(\begin{array}{c|c} \vdots & \\ \hline a & \\ b & \end{array}\right)$$


1 3 4 5 6
2


1 3 4 2 5 6 4 3 1 6 5 4 2 4 5 6 3 1