23.11.2009

Евдокия Ковач

F – поле

$\partial_1, \dots, \partial_m \in \mathrm{Der}\, F$

и $\partial_i \partial_j = \partial_j \partial_i \quad \forall i,j$

R — F-алгебра, на ней – дифференцирования $R \longrightarrow R$

$\widetilde{\partial_i} \in \mathrm{Der}\, R \qquad \widehat{\partial_i}\big|_F = \partial_i$

$\varphi : F \longrightarrow R \qquad \widetilde{\partial}\varphi = \varphi\partial$

Θ – своб. комм. моноид: образующие – дифференцирование

дифференциальная ком. порожденность

$a = (a_1, \dots, a_m) \quad a_i \in R$

$\Theta a = \{\theta a, \theta \in \Theta\}$

$R[\Theta y]$

$R[\Theta a] = R\{a\}$

$\mathbb{C} \quad t_1 \dots t_n$

$\mathcal{U} \subset \mathbb{C}^n$ – односвязно

$\frac{\partial}{\partial t_1}, \dots, \frac{\partial}{\partial t_n}$ $\quad R$ – мн-во всех мероморфных функций на $\mathcal{U}$

т. Лефшец: дифер. поле, к. порожд. над $\mathbb{Q}$ $\rightarrow \exists$ области в $\mathbb{C}^n$ так, что

$F = \mathbb{C}(t) \quad t' = 1$

$\mathbb{C}(t)[\Theta y] = \mathbb{C}(t)[y, y', y'', \dots] = \mathbb{C}(t)\{y\}$

$f(x) = 0$

$x \in \mathbb{C}(t), f \in \mathbb{C}(t)\{y\}$

$\{f_i(x) = 0, \quad f_i \in F\{y\}, x \in F\}$

$F \qquad y_1, \dots, y_n$

$\Theta : \langle \partial_1, \dots, \partial_m \rangle$

$F[\Theta y] = F[y_1, \dots, y_n, \partial_1 y_1, \dots, \partial_1 y_n, \dots, \partial_m y_n \qquad \partial_1^2$

$F[\Theta][y] \qquad \partial_1\partial_2(y_1 y_2)$

$ev_{x=(x_1,\dots,x_n)} : F^n \longrightarrow F \qquad \{f_i(x) = 0\}$ – система

$y_i \longmapsto x_i$

Система — ~~совместна~~, если $\exists$ ∂-расширение, где $\exists$ поле,
Поле Дифф. замкнуто — если $\forall$ совместная система ~~...~~ имеет решение

$\mathcal{U}$ — алг. дифф. замыкание F.

Топология на $\mathcal{U}^n$: замкнутые — решения:

$$V = \{x \in \mathcal{U}^n \mid f_i(x) = 0,\ f_i \in F\{y\}\} \Rightarrow \text{топология Колчина}$$

$\operatorname{char} F = 0$ (идеалы д. быть ∂-идеалами $\sim$ нужна $\operatorname{char} = 0$)

Радикальные идеалы ($\sqrt{I} = I$) можно конечно породить
как рад. идеалы:

$$\sqrt{I} = I = \sqrt{[y_1, \dots, y_n]}$$ — т. Гильберта о базисе

т. Гильберта о нулях — такая же

$$\mathcal{U}\{y\} / I(V)$$ — ∂-координатное кольцо V

$$\| $$

$\mathcal{U}\{V\}$

$V \longleftrightarrow I$
замкнутое в $\mathcal{U}^n$ — ∂-рад. в $F\{y\}$

V — неприводимо $\longleftrightarrow$ $I(V)$ — прост

$\longrightarrow$ $\mathcal{U}\{V\}$ — область $\longrightarrow$ $K\{V\}$ — поле частных $\mathcal{U}\{V\}$

рац. функция:

$f \in K$ <u>определена</u> в точке a
если $f = \dfrac{g}{h}$, $h(a) \neq 0$
$g, h \in \mathcal{U}\{V\}$ — регулярные

$\hat{R}$ — мн-во функций, определенных в каждой точке

$\mathcal{U}\{V\} = R$ В AG $R = \hat{R}$

Здесь не так!

Пример:

$V = V(y' = y)$ Ce^x — решение

$C \in \mathcal{U}^\partial$ т.е. $C' = 0$

$\nexists \; \dfrac{1}{y - D}, \; D \in \mathcal{U}^\partial, \; D \neq 0$

$R = k[x]$

$$0 \to M' \to M \to M'' \to 0$$

$$0 \to \mathcal{M}' \to \mathcal{M} \to \mathcal{M}'' \to 0$$

$$0 \to \Gamma(X, \mathcal{M}') \to \Gamma(X, \mathcal{M}) \to \Gamma(X, \mathcal{M}'') \to$$

$$\to H^1(X, \mathcal{M}') \to H^1(X, \mathcal{M}) \to \dots$$

в AG если X — афф, то $H^1(X, \mathcal{M}') = 0$

$\to \Gamma$ — точный

Хотим определить ~~[illegible]~~ стр-ру группы на многообразиях

$V \subset \mathcal{U}^n$ $W \subset \mathcal{U}^m$

$(f_1, \dots, f_m)$ — из $\hat{R}$, а не из R. $R_1 \otimes_{\mathcal{U}} R_2$

$$G \times G \to G$$

$$R \to R \otimes R$$

$$\hat{R} \to \widehat{R \otimes R}$$

$$\not\cong$$

$$\hat{R} \otimes \hat{R}$$