ст. Яровенко – Electronic J of Linear Algebra 12.04.2010

Андрей Смоленский

$SL(n, F[x])$ не имеет кон. ширины

F имеет беск. степень трансц. над простым подполем

$\{r_n\}$ алг. независим, трансц. эл-ты F

$$A_n(x) = t_{12}(r_{2n-1}\cdot r_{2n})\cdot$$
$$\cdot t_{21}(-r_{2n}^{-1}\cdot r_{2n-1}^{-1} + x\cdot r_{2n}^{-1}\cdot r_{2n-1}^{-1})\cdot$$
$$\cdot t_{12}(r_{2n-1}\cdot r_{2n})\cdot t_{12}(-1)\cdot t_{21}(1-x)\cdot$$
$$\cdot t_{12}(-1)\cdot \big(t_{12}(r_{2n-1})\, t_{21}(-r_{2n-1}^{-1} + x\cdot r_{2n-1}^{-1})\cdot t_{12}(r_{2n-1})$$
$$\cdot t_{12}(-1)\cdot t_{21}(1-x)\, t_{12}(-1)\big)^{-1}\cdot$$
$$(\ \ldots\ r_{2n} \text{ вместо } r_{2n-1}\ )$$

$\boxed{\text{Теорема}}$ $B_n = \prod_{i=1}^{n} A_i(x)$ неограниченно порождена в элементарных образующих

$\square$ $B_k(x) = u_1(x)\,u_2(x)\cdot\ldots\cdot u_N(x)$, N общее для всех

$\widetilde{B}_k(x) = T(x)\cdot\widehat{u}_1(x)\,\widehat{u}_2(x)\ldots\widehat{u}_N(x)$ – подъем в группу Стейнберга

канонический подъем $\widehat{u}_i \in St(n, F[x])$

$$T(x) \in K_2(F[x])$$

$$\widetilde{B}_k(0) = T(0)\cdot\widehat{u}_1(0)\ldots\widehat{u}_N(0)$$
$$\widetilde{B}_k(1)$$

$$A_n(0) = \{r_{2n-1}, r_{2n}\}$$
$$A_n(1) = t_{12}(\ldots)$$

$$\widetilde{B}_k(0) = \prod_{n=1}^{k}\{r_{2n-1}, r_{2n}\} = T(0)\cdot\widehat{u}_1(0)\cdot\ldots\cdot\widehat{u}_N(0)$$

$$\widetilde{B}_k(1) = x_{12}(*)$$

$$\rightsquigarrow\ x_{12}(*)\cdot\prod_{n=1}^{k}\{r_{2n-1}, r_{2n}\} = \widehat{u}_N(1)\cdot\ldots\cdot\widehat{u}_1(1)\,\widehat{u}_1(0)\ldots\widehat{u}_N(0)$$

– исчезли $T(\ldots)$, поскольку K_2 от кольца многочл. $\Leftrightarrow$ ~~[illegible]~~ K_2 от поля

$\{x, 1-x\} = 1$

$\{a, b\}\{c, b\} = \{ac, b\}$ — для всех, кроме Sp — по т. Мацумото

$\{a, b\}\{a, c\} = \{a, bc\}$

$\prod_{n=1}^{k} \{r_{2n-1}, r_{2n}\}$

r_i — алг. независимы ⇒ это $\prod$ не сокращается

не имеет огр. ширины по отн. к символам Стейнберга

см van der Kallen ? ⇒ не имеет огр. ширины по отн. к элем. образующим.

$SL(n, \mathbb{Z}[x])$

Нет такого N, что $\forall$ матрица — произв. $\leq N$ э.п., каждой степени $< \delta(d)$, d — степень матрицы A

$\boxed{\text{Теорема}}$ $\nexists N : \forall A \in SL(n, \mathbb{Z}[x])$

$\exists$ $A = u_1 \cdot \ldots \cdot u_N$

$\deg u_i \leq \delta(d)$, где $d = \deg(A)$,

$\delta : \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N}$

δ возрастает

$SL(n, \mathbb{Q}_p[x])$

$SL(n, \mathbb{Z}_p[x])$

$\prod \{r_{2n-1}, r_{2n}\} = \{\prod r_{2n-1}^{l_{2n}} , s_{2n}^{l_{2n-1}}, p\} \cdot \prod \{s_{2n-1}, s_{2n}\}$

$r_n = p^{l_n} \cdot s_n$