05.02.2014

С. Синчук

A — асс. кольцо $\rightsquigarrow$ $X(A)$ — обр. Ст.; $Y(A)$ — соотнош. Ст.

$Y(A)^{-1} = Y(A)$ предельные

$St(A) = \langle X(A) \mid Y(A) \rangle$

группа картинок Игуса

$$K_3(A) \longrightarrow P(A)_{St(A)} \xrightarrow{h} \mathbb{Z}\langle Y\rangle \xrightarrow{\partial} \mathbb{Z}\langle X\rangle$$

коинварианты

Q — с.кресц. модуль над $F(A) = F(X(A))$

$$\overset{\shortparallel}{\langle} (y, f) \mid (z,f)^{(y,e)} = (z, f y^e),\ (y^{-1}, f) = (y,f),\ (y,f) = 1 \rangle$$

слово $\quad F(A) \qquad$ если $y = 1$ в $F(A)$

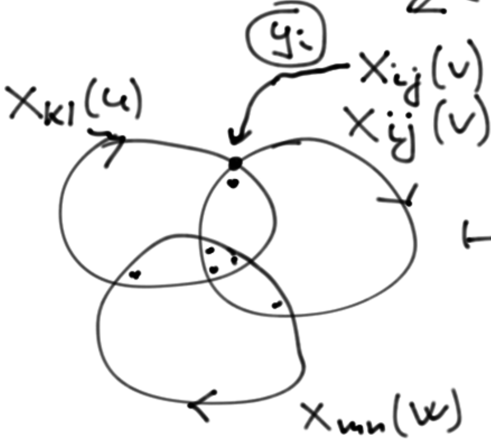
$$P(A) \hookrightarrow (Q \xrightarrow{\ Q\ } F) \longrightarrow St(A)$$

$$(y,f) \longmapsto y^f \in R(A)$$

эл-ты $P(A)$ можно интерпретировать как картинки

$P(A) \curvearrowright St(A)$ — действие $\pi_1 Q$ на $\pi_2 Q$

$\mathbb{Z}\langle Y\rangle$ = своб. модуль, натян. на Y $\Big/$ $\langle y^{-1}\rangle = -\langle y\rangle$, $\langle y\rangle = 1$, если $y = 1$ в F



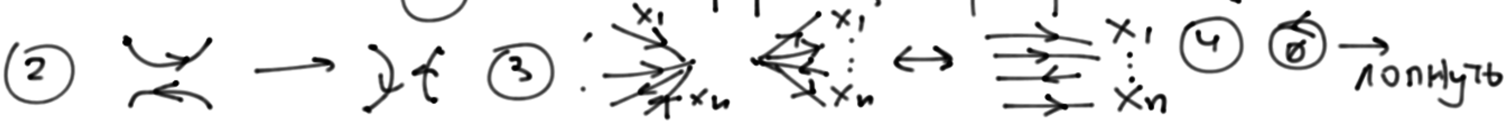
$$\longmapsto^{h} \sum y_i$$

$$\partial\langle x_1^{\varepsilon_1} x_2^{\varepsilon_2} \dots x_n^{\varepsilon_n}\rangle = \sum \varepsilon_i \langle x_i\rangle$$

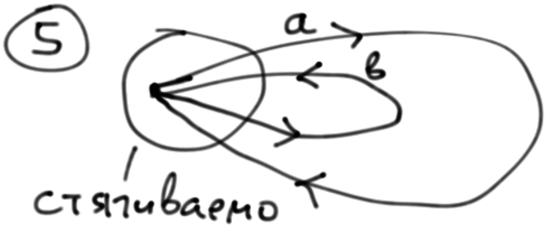
вершины = слова

Картинки можно менять:

1. Гомеоморфизм, сохр. ориентацию



5



$\rightsquigarrow$ убрать или добавить

$P(A) \curvearrowleft F(A)$

$(\text{БЯКА})\cdot x = \text{БЯКА} \qquad (x \in X(A))$

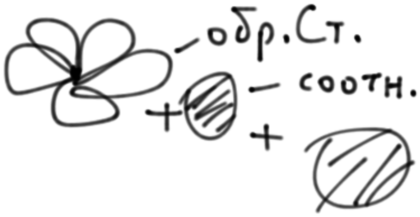
$P(A) \curvearrowleft St(A)$

<u>Теорема Игусы</u> $\quad H(A) \leqslant P(A)$ как $St(A)$-модули

$H(A)$ — special pictures

$$K_3(A) = {}^{P(A)}/_{H(A)}$$
$$\| $$
$$H_3(St(A)) = \pi_3 BGL^+(A)$$

$B_{\leqslant 3}$



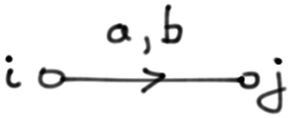
$\rightsquigarrow \pi_1 B_{\leqslant 3} = St(A), \quad \pi_2 B_{\leqslant 3} = K_3 A$

<u>Опр.</u> <u>Иероглиф</u> — ориент. граф без циклов, вершины занумерованы различными нат. числами, ребра помечены упор. наборами (непустыми) эл-тами A без изолир. вершин веса ≥ 1

Вес иероглифа $= \sum\limits_{e\text{-ребро}}$ длина набора(e)

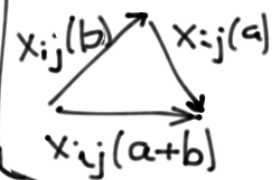
<u>Пример</u> $\; {}_i\circ\!\!\longrightarrow\!\!\circ_j, \; i \neq j$ — веса 1

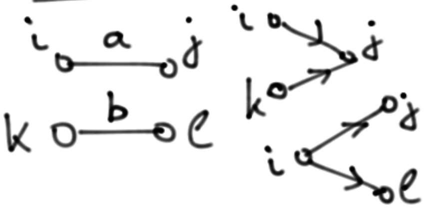
Вес 2:



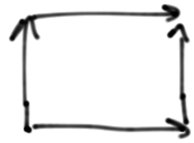
Соотн. Стейнберга

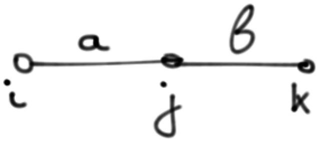
$x_{ij}(a)\,x_{ij}(b)=x_{ij}(a+b)$



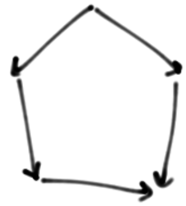


$[x_{ij}(a),x_{kl}(b)]=1$



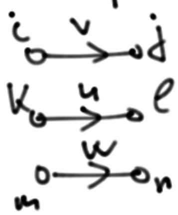


$$x_{ij}(a)\,x_{jk}(b) = x_{jk}(b)\,x_{ik}(ab)\,x_{ij}(a)$$

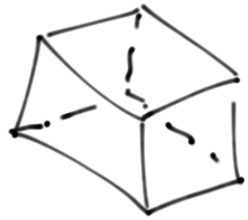


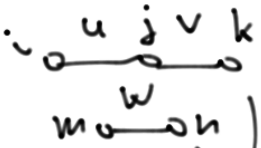
1-сизигии:

иероглиф | спец. картинка Игусы | политоп

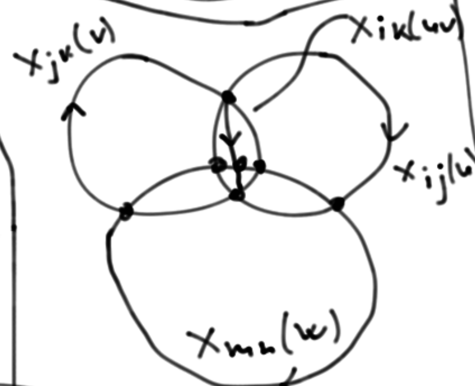


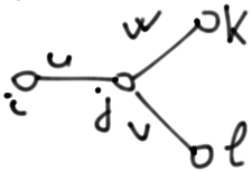
не взаим.

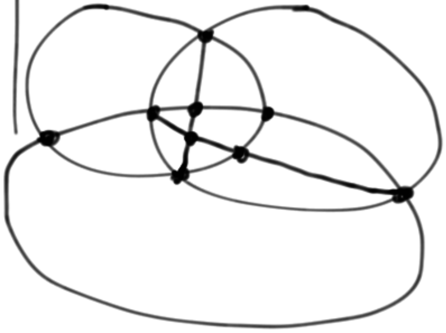




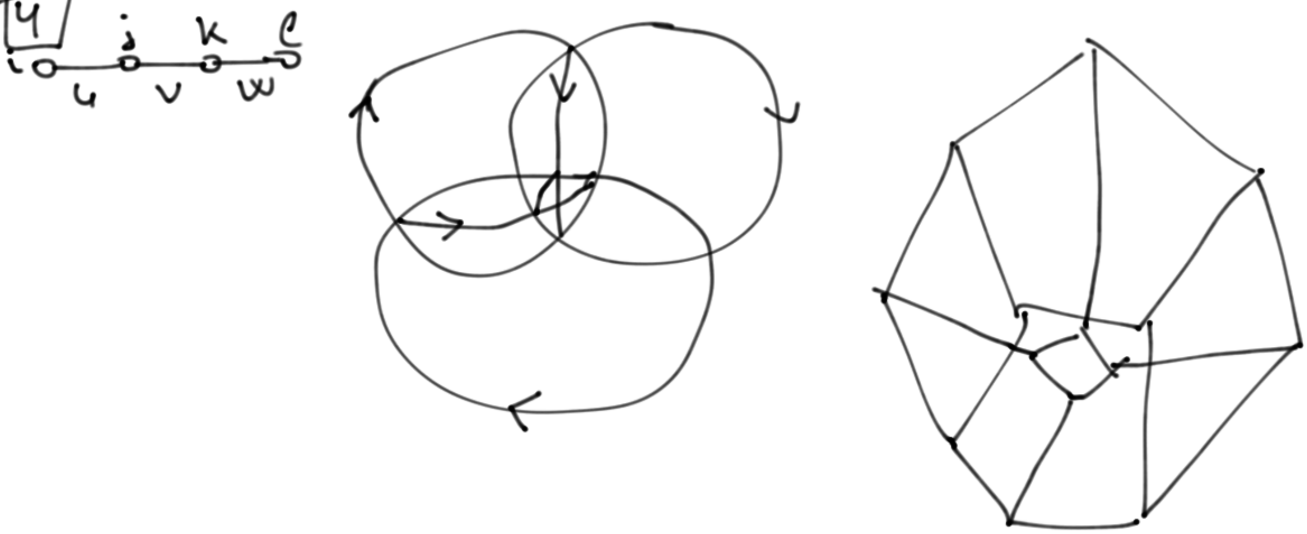
не взаим







$\boxed{4}$

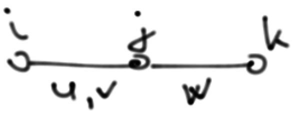


= политоп Сташеффа

$\boxed{5}$

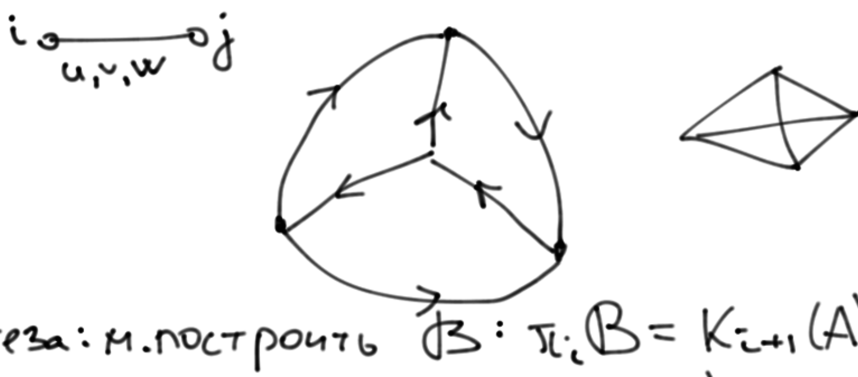
6

$\boxed{6'}$



двойственный

$\boxed{7}$



Гипотеза: м. построить $B : \pi_i B = K_{i+1}(A)$

и B имеет гомотоп. тип $V(A)$