

Вопросы экзамена по алгебре

Группы 251, 253 (лектор А. Ю. Лузгарев)

Четвертый семестр, весна 2014

Теория групп

1. Конструкция фактор-группы.
 2. Теорема о гомоморфизме.
 3. Равномощность множеств левых и правых смежных классов. Теорема Лагранжа.
- ### Эвклидовы и унитарные пространства
4. Эвклидовы и унитарные пространства: определения и первые примеры.
 5. Норма и угол.
 6. Матрица Грама.
 7. Поведение матрицы Грама при замене базиса, ее обратимость.
 8. Ортогонализация Грама–Шмидта.
 9. Ортогональные и унитарные матрицы, равносильные определения.
 10. Ортогональное дополнение, его свойства.
 11. Ортогональная прямая сумма, базис ортогонального дополнения.
 12. Сопряженное отображение: существование и единственность.
 13. Матрица сопряженного отображения, свойства сопряжения.
 14. Нормальные операторы в унитарных пространствах.
 15. Самосопряженные, кососимметрические, унитарные операторы в унитарных пространствах.
 16. Нормальные операторы в эвклидовых пространствах (без доказательства).
 17. Самосопряженные, кососимметрические, ортогональные операторы в эвклидовых пространствах. Изометрии.
 18. Теорема Эйлера о вращениях, приведение квадратичной формы к диагональному виду, разложение пространства в ортогональную прямую сумму собственных подпространств.
 19. Положительно определенные операторы.
 20. Извлечение квадратного корня из положительно определенного оператора.
 21. Полярное разложение.

Полилинейная алгебра

22. Тензорное произведение двух пространств.
23. Тензорное произведение нескольких пространств. Ассоциативность, коммутативность. Тензорный базис.
24. Двойственное пространство. Изоморфизм пространства с дважды двойственным.
25. Выражение Hom через \otimes .
26. Двойственность и \otimes .
27. Сопряженность \otimes и Hom .
28. Тензорное произведение линейных отображений. Его свойства, тензорное произведение Hom -пространств.
29. Кронекерово произведение матриц. Матрица тензорного произведения.
30. Тензорные пространства. Координаты тензора.
31. Преобразование координат тензора при замене базиса.