

План

I. Спецкурс "Гипотеза Милнора"

$$F\text{-поле, } \text{char } F \neq 2 \rightsquigarrow K_n^M(F) / 2K_n^M(F) \cong H^n(F, \mu_2)$$

$$\begin{aligned} \text{Опр. } K_n^M(F) &= T^*(F^*) / \left\langle \begin{aligned} \{a, b\} &= \{a\} + \{b\} \\ \{a, 1-a\} & \mid a \in F^*, a \neq 1 \end{aligned} \right\rangle \\ &= \bigoplus_{n=0}^{\infty} \bigoplus_{a_i \in F} \mathbb{Z} \{a_1, \dots, a_n\} / \left\langle \begin{aligned} \{ab\} &= \{a\} + \{b\} \\ \{a, 1-a\} & \mid a \in F^*, a \neq 1 \end{aligned} \right\rangle \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Опр. } H^n(F, \mu_2) &= \text{Ext}_{\text{Gal}(\bar{F}/F)}^n(\mathbb{Z}, \mathbb{Z}/2\mathbb{Z}) \\ &\parallel \\ H^n(\text{Gal}(\bar{F}/F), \mathbb{Z}/2\mathbb{Z}) \end{aligned}$$

категория дискретных $\text{Gal}(\bar{F}/F)$ -модулей
↑
топологическая группа

например, $n=0$:

$$\mathbb{Z}/2\mathbb{Z} \cong \mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$$

 $n=1$:

$$F^*/(F^*)^2 \cong H^1(F, \mu_2)$$

$$\begin{aligned} 1 &\rightarrow \mu_2 \rightarrow G_m \xrightarrow{?^2} G_m \rightarrow 1 \\ 1 &\rightarrow \{\pm 1\} \rightarrow F^* \xrightarrow{?^2} F^* \xrightarrow{d} H^1(F, \mu_2) \\ &\rightarrow H^1(F, G_m) \rightarrow \\ &\quad \uparrow \leftarrow \text{т. Зильберта } 90 \\ &\quad 0 \end{aligned}$$

 $n=2$: Меркурьев, 1981:

$$\boxed{\text{Thm}} \quad K_2^M(F) / 2K_2^M(F) \cong {}_2\text{Br}(F)$$

↑
2-кручение в группе Брауэра

$$\{a, b\} \longmapsto \begin{pmatrix} a & b \\ & 1 \end{pmatrix}_F$$

 $n \geq 3$: Воеводский, 1996

• мотивы, мотивные коомологии

II. Задачи про алгебраические группы

$F = \bar{F}$ — односвязные
простые алгебраические группы / F
классифицируются диаграммами Динкина

Что происходит над произвольным полем?

$A_e - \text{SL}_{e+1}$
 $B_e - \text{Spin}_{2e+1}$
 $C_e - \text{Sp}_{2e}$
 $D_e - \text{Spin}_{2e}$
 E_6, E_7, E_8, F_4, G_2

1. алг. группы



$$G = SO(q)$$

$$q = \underbrace{H \perp \dots \perp H}_{\substack{\text{гиперболические} \\ \text{плоскости} \\ \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}}} \perp q_{\text{ан}}$$

Классификация квадратичных форм сводится к классификации анизотропных квадратичных форм.

Индексы Титса — сведение классификации групп (простых) к классификации анизотропных групп.

2. явные конструкции простых анизотропных групп

Один пример: q — анизотропная квад. форма $\rightsquigarrow SO(q)$

$$\text{тело } \mathbb{D} \rightsquigarrow SL_1(\mathbb{D}) = \{x \in \mathbb{D} \mid \text{Nrd}(x) = 1\}$$

$$\text{над } F \quad \mathbb{D} \cong M_n(F), \quad SL_1(\mathbb{D}) \cong SL_n(F)$$

$$\mathbb{D} \rightsquigarrow [\mathbb{D}] \in \text{Br}(F) = H^2(F, \mathbb{G}_m) \text{ — абелева группа}$$

$$q \rightsquigarrow [q] \in W(F)$$

группа Витта

3. когомологические инварианты — $H^n(F, \mu_r)$ или что-то такое

Как построить F_1 по телу $\mathbb{D}$ степени 3, $\lambda \in F^\times$

E_7 по телу $\mathbb{D}$ степени 4, $\lambda \in F^\times$

E_8 по телу $\mathbb{D}$ степени 5, $\lambda \in F^\times$

$$[\mathbb{D}]U(\lambda) \in H^3(F, \mu_3)$$

Гипотеза Рост-Серра: две F_i изоморфны $\Leftrightarrow$ эти индексы совпадают, т.е. этот инвариант инвариантен на тех F_i , которые так получаются

III Семинар по коммутативной алгебре

Алتمان — Клейман „Introduction to Grothendieck duality theory“

• flat, étale, smooth morphisms

• ...

IV Разное

• К-теория однородных многообразий + теория представлений

• Ориентированные теории когомологий

SL
 Sp