

$Gr(3, 6)$ — проективное GL_6 -однородное многообразие

$$\downarrow$$

$$P(\wedge^3(F^6)) \quad - 20 \text{ координат}$$

$$1+9+9+1$$

$$[\alpha: x: y: \beta]$$

$$\begin{cases} x^\# = \alpha y \\ y^\# = \beta x \\ xy = yx = \alpha\beta \cdot Id \end{cases}$$

$$\alpha \neq 0 \leadsto [1: x: x^\# : \det(\kappa)]$$

9-мерная большая клетка

$$GL_3 \times GL_3$$

$$V(\omega_1) \otimes V(\omega_3)$$

$$V(\omega_3) \otimes V(\omega_1)$$

Действие шестимерного тора

$$(t_1, t_2, t_3, s_1, s_2, s_3):$$

$$[\alpha: x: y: \beta]$$

$$x \mapsto \alpha^\# x \beta$$

$$(a, b) \in GL_3 \times GL_3$$

$$y \mapsto \beta^\# y a$$

$$\alpha \mapsto \det(a) \alpha$$

$$\beta \mapsto \det(b) \beta$$

$$\downarrow$$

$$[t_1 t_2 t_3 \alpha: \begin{pmatrix} s_1 t_2 t_3 x_{11} & s_2 t_2 t_3 x_{12} & s_3 t_2 t_3 x_{13} \\ s_1 t_1 t_3 x_{21} & s_2 t_1 t_3 x_{22} & s_3 t_1 t_3 x_{23} \\ s_1 t_1 t_2 x_{31} & s_2 t_1 t_2 x_{32} & s_3 t_1 t_2 x_{33} \end{pmatrix}]$$

$$\cdot \begin{pmatrix} t_1 s_2 s_3 y_{11} & t_2 s_2 s_3 y_{12} & t_3 s_2 s_3 y_{13} \\ t_1 s_1 s_3 y_{21} & t_2 s_1 s_3 y_{22} & t_3 s_1 s_3 y_{23} \\ t_1 s_1 s_2 y_{31} & t_2 s_1 s_2 y_{32} & t_3 s_1 s_2 y_{33} \end{pmatrix} \cdot [s_1 s_2 s_3 \beta]$$

Хочется найти ① неподвижные точки ② инвариантные P^1

Неподвижные точки: все координаты, кроме одной, равны 0

$\leadsto 20$ неподвижных точек

— сколько и клеток: $\{x: \lim_{t \rightarrow 0} tx = \text{фикс. неподв. точка}\} = \text{клетка}$

Инвариантные P^1 : $\begin{matrix} \text{все, кроме } t \rightarrow 0 \\ \text{две координаты} \end{matrix}$ равны 0

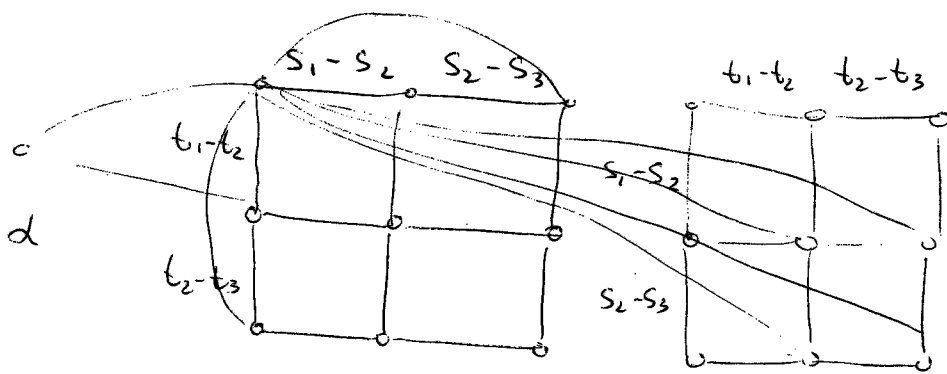
Пример: α и x_{11} $\leadsto [\alpha: x_{11}: 0: \dots 0] \leadsto$ это подтор $S_1 = t_1$

Сравнивая α со всеми,

видим характеры $t_i - s_j$ — это корни, соединяющие α и x_{ij}

они же соединяют β и y_{ji}

+ каждый x_{ij} соединен с четырьмя y_{ji} из соотв. минора



регулярный граф

(Это многообразие Мерцурьева-Султана, MS)
 Возьмем в этом многообразии гиперплоскостное сечение
 (плоское), заданное уравнением $\{d = \beta\}$

На нем действует $SL_3 \times SL_3$ (уже не транзитивно)

Это компактификация SL_3 $[1: x: x^{-1}: 1]$, $\det(x) = 1$

На действии графа появилось уравнение: $t_1 t_2 t_3 = s_1 s_2 s_3$

Неподвижные точки α и β исчезли, а новых не появилось

Теперь у каждой вершины степень 8, а вершин 18.
 (хотя мы-е неоднородное)

→ можем посчитать $CH_T^*(MS)$

$$MS \hookrightarrow Gr(3, 6)$$

$\dim = 18$
 т. Мерцурьева:
 средняя хоризонтальность - 4

$$CH_4(MS) \rightarrow CH_4(Gr(3, 6)) - \text{не сюръективный}$$

$$CH^4(Gr(3, 6)) \rightarrow CH^4(MS) - \text{не сюръективный}$$

$$\left(\frac{(SL_3 \times SL_3) / \mu_3}{\mu_3} \right) \rtimes \mathbb{Z}/2\mathbb{Z} = \text{Aut}(MS)$$

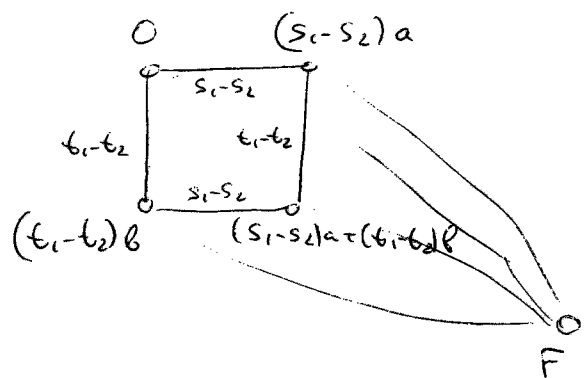
$$\{GL_3 \times GL_3 \mid \dots\} \rightarrow \text{возникает инвариант в } H^3$$

$$(3\text{-символ mod } 3) SL_3 \rightarrow SL_1(A)$$

По Теореме Горески-Котлвица-Мауфферсона

$CH_T^*(MS)$ считается так: надо поставить в каждой вершине
 многочлен от t и s т.ч. $\forall$ ребра разность многочленов в вершинах
 делится на метку ребра

Очевидный элемент (с точностью до константы): поставить везде 1.
 Вычитать из $\forall$ элемента 1, умн. на что-то, можно получить 0
 в старшей вершине. Постараемся найти элемент наименьшей
 возможной степени.



$$F \equiv 0 \quad (t_2 - s_2)$$

$$F \equiv (s_1 - s_2) a \quad (t_2 - s_1)$$

$$F \equiv (t_1 - t_2) b \quad (t_1 - s_2)$$

$$F \equiv (s_1 - s_2) a + (t_1 - t_2) b \quad (t_1 - s_1)$$

$$(t_2 - s_2) c - (s_1 - s_2) a \quad ; \quad t_2 - s_1$$

$$t_2 c - s_1 a - s_2 c + s_2 a$$

$$s_1(c - a)(s_1 - s_2) \quad ; \quad t_2 - s_1$$

можно набросать: поставить везде 0, кроме правого нижнего угла $\rightarrow$ там стоит что-то восьмой степени

$\rightarrow$ дальше применить дифф. операторы

$$\begin{array}{ccc} f & \xrightarrow{d} & g \\ \text{---} & & \text{---} \\ f & & g \end{array} \quad \rightarrow \quad \begin{array}{ccc} f & \xrightarrow{d} & g \\ \text{---} & & \text{---} \\ f - s_2(g) & & g - s_2(f) \\ \text{---} & & \text{---} \\ d & & d \end{array}$$

Гипотеза: базис в $CH_T^*(X)$ получается из класса точки $[pt]$ (над $CH_T^*(pt)$)

применением дифференциальных операторов по ребрам (путям)
(что такое "простой корень"?) ~~(свойства дивизора)~~