

$$H = (SL_4 \times SL_4 \times SL_2) / \mu_4 \hookrightarrow E_7^{sc} \circ \circ \circ \circ \circ \circ \circ$$

Хотим построить E_7 , которые живут в образе

$$H^1(F, H) \longrightarrow H^1(F, E_7^{sc})$$

— по алгебре A , $\deg A = 4$

$$\text{и } \lambda \in H^1(F, SL_4(A)) = F^* / Nrd(A^*)$$

нужно по этим данным построить 56-мерный модуль
и на нем γ -форму

$$2[A] = [Q]_e \quad f \quad w \quad z$$

$$\leadsto \text{модуль такой: } \underset{16}{A} \oplus \underset{16}{A^{\circ p}} \oplus \underset{12}{Q^3} \oplus \underset{12}{Q^3}$$

Ограничение на первые 2 слагаемых выглядит так:

$$Nrd(e) + Nrd(f) + \frac{\text{Trd}((ef)^2)}{2} - \frac{(\text{Trd}(ef))^2}{4} + \dots$$

Знаем формулу в расцепленной ситуации

Знаем действие H

На Q^3 есть анти-эрмитова форма

(если на Q каноническая инволюция)

В расцепленной ситуации: ~~A~~ $A = \text{End}(V)$,

$$Q^3 = \wedge^2 V \otimes F^2$$

$\uparrow$ SL_2 действует здесь

$$w = (u, v) \quad r = (s, t)$$

$$\underbrace{(Pf(u)Pf(s) + Pf(v)Pf(t) - \frac{\text{tr}(uv)\text{tr}(st)}{8} + \frac{\text{tr}((uv)^2)}{4} - \frac{(\text{tr}(u))^2}{16})}_{SL_2\text{-инв.}} \parallel \underbrace{+ \frac{\text{tr}((st)^2)}{4} - \frac{(\text{tr}(st))^2}{16}}_{SL_2\text{-инв.}} \parallel \underbrace{+ \frac{\text{tr}((uv)^2)}{4} - \frac{(\text{tr}(u))^2}{16}}_{SL_2\text{-инв.}} + \dots$$

$$SL_2\text{-инв.} \parallel W(u, v, s, t)$$

$$\parallel -W(s, t, t, s)$$

$$\parallel -W(u, v, v, u)/2$$

$$\boxed{1}$$

$$\begin{aligned}
 & \dots + \sum (\Lambda^2 e) \chi(f)(u) + \sum (\Lambda^2 f) \chi(e)(v) + \\
 & + \frac{\text{tr}(uv) \text{tr}(ef)}{4} - \text{tr}(efuv) + \frac{\text{tr}(st) \text{tr}(ef)}{4} - \text{tr}(tsfe) \\
 & - \frac{\text{tr}(ete'v)}{2} - \frac{\text{tr}(u f s f)}{2}
 \end{aligned}$$

каждое из них SL_2 -инвариантно.

$u_{12}v_{13} - v_{12}u_{13}$ — SL_2 -инвариант

$6V(\omega_1)$ — 6 копий

$2V(\omega_1)$ — действие SL_2 на M_2 умножением
есть квадратичные инварианты: $\det$

6 копий $\leadsto$ 15 пар $\leadsto$ 16 матричных единиц
соответствуют 15 парам

$\leadsto$ над базой надо написать 15-мерное пр-во
квадратичных инвариантов

На Q^3 $SL_1(Q)$ действует правым умножением

$(q_1, q_2, q_3) \in Q^3$

$\text{Nrd}(q_1)$ — инвариант

Возьмем строку $(- \ - \ -)$ и умножим на столбец
 $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

и возьмем норму результата — это инвариант

$sl_1(A) \longrightarrow \lambda^2 A = M_3(Q)$ действует на Q^3

$e \in \text{End}(V) \leadsto \text{End}(\Lambda^2 V)$

$e \cdot (v_1 \wedge v_2) = e v_1 \wedge v_2 + v_1 \wedge e v_2$

гипотеза: $\text{tr}(h(e \cdot w, w))$ (h-зм. форма на Q^3)

$\uparrow$ описание выше действия
(квадратичный инвариант,

он тривиален при $e=1$