И.А. Панин

Пусть $\mathcal{F}: Cor/k \longrightarrow Ab$ — предпучок с трансферами

Тогда на $\mathcal{F}^{\sim}_{Nis}$ можно ввести структуру <u>предпучка с трансферами</u> так, что $\mathcal{F} \xrightarrow{can} \mathcal{F}^{\sim}_{Nis}$ будет морфизмом предпучков с трансферами, причем такая структура на $\mathcal{F}^{\sim}_{Nis}$ единственна

<u>Док-во:</u> $\mathcal{F}^{loc} \hookrightarrow \mathcal{F}|_{Sm/k}$ — под-предпучок:

$\forall X \in Sm$ $\quad \mathcal{F}^{loc}(X) = \{ s \in \mathcal{F}(X) \mid s$ локально в топологии Нисневича равен 0 или, $\Leftrightarrow$, $\forall x \in X$ $s_x = 0$ в $\mathcal{F}(X^h_x)$ $\}$

$$\begin{tikzcd} \mathcal{F}: Cor/k \arrow[r] & Ab \\ Sm/k \arrow[u] & \end{tikzcd}$$

$\mathcal{F}^{loc}$ — предпучок на Sm/k

$\boxed{\text{Лемма}}$ $\mathcal{F}^{loc}$ выдерживает трансферы, пришедшие с трансферов на $\mathcal{F}$. Иначе говоря, если

$$\begin{tikzcd} Z \subset Y \times X \arrow[r] \arrow[d] & X \\ Y & \end{tikzcd}$$

$Z \in Cor(Y, X)$,
$s \in \mathcal{F}^{loc}(X)$,

то $Z^*(s) \in \mathcal{F}^{loc}(Y)$

<u>Док-во:</u> Нужно показать, что $Z^*(s) \in \mathcal{F}(Y)$ локально в топологии Нисневича равен нулю: все ростки (в топологии Нисневича) на Y равны 0.

$$\begin{tikzcd} Y^h_y \times \tilde{X} \arrow[r] \arrow[d] & Y \times \tilde{X} \arrow[r] \arrow[d, "id \times \pi"] & \tilde{X} \arrow[d, "\pi"] \\ Y^h_y \times X \arrow[r] \arrow[dd] & Y \times X \arrow[r] \arrow[dd] & X \\ Y^h_y \times_Y Z \arrow[u, hook] \arrow[r] \arrow[d, "\text{кон.сюр.}"'] & Z \arrow[u, hook] \arrow[d, "\text{кон.сюр.}"] & \\ Y^h_y \arrow[r, "j"] & Y & \end{tikzcd}$$

$y \in Y^h_y$ — гензелева лок. схема; $y \in Y$

$\tilde{X} = \amalg X_i$ — покрытие по Нисневичу

$\pi^*(s) = 0 \qquad s \in \mathcal{F}(X)$

$Z^*(s) \in \mathcal{F}(Y)$, $Z = \sum n_i Z_i$

$$\begin{tikzcd} \text{непр.} - Z_i \subset Y \times X \arrow[r] \arrow[d, "\text{конеч. сюръект.}"'] & X \\ Y & \end{tikzcd}$$

Достаточно д-ть, что $Z_i^*(s) = 0$

$\rightsquigarrow$ считаем, что $Z = Z_i$

$j^* Z^*(s) = (Z\circ j)^*(s)$

$Z\circ j \in Cor(Y^h_y, X)$

$Y^h_y \times_Y Z$ — полулокальная гензелева схема: распадается в сумму связных компонент!

$\|$

$\coprod Z^h_{y,i}$

π — покрытие по Нисневичу $\rightsquigarrow$ $id\times\pi$ — тоже

$\rightsquigarrow$ $\forall$ точку из $Y^h_y\times X$ можно поднять в $Y^h_y\times\tilde X$

Поднимем все $Z^h_{y,i}$; $id\times\pi$ этален, поднимаем замкнутые точки $\rightsquigarrow$ по лемме Гензеля поднимается и остальное.

$$\begin{tikzcd}
 & Y^h_y\times\tilde X \arrow[r] \arrow[d, "\pi^h_y"] & Y\times\tilde X \arrow[r] \arrow[d, "\pi_Y"] & \tilde X \arrow[d] \\
Z^h_y=\coprod Z^h_{y,i} \arrow[ur, bend left, "r"] \arrow[r] \arrow[dr, "\text{кон. сюр.}"'] & Y^h_y\times X \arrow[r] \arrow[d] & Y\times X \arrow[r] \arrow[d] & X \\
 & Y^h_y \arrow[r] & Y &
\end{tikzcd}$$

$Cor(Y^h, \tilde X) \longrightarrow Cor(Y^h, X)$ — pushforward (π^h_y — морфизм с конечными слоями)

$[r(Z^h_y)] \longmapsto [Z^h_y]$

$\alpha \longmapsto \pi\circ\alpha$

$\pi \in Mor_{Sm}(\tilde X, X)$

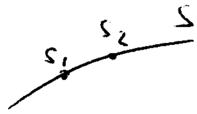
$\downarrow$

$Cor(\tilde X, X)$

Итак, $[Z^h_y]$ мы реализовали как композицию π и $[r(Z^h_y)]$

$0 \overset{?}{=} [Z^h_y]^*(s) = [r(Z^h_y)]^*(\underbrace{\pi^*(s)}_{=0})$ — вот и все.

В топологии Зариского не получилось бы:



O_{S,s_1s_2} — не произведение двух

но $\hat O_{S,s_1s_2} \cong \hat O_{S,s_1}\times\hat O_{S,s_2}$

Лемма доказана $\rightsquigarrow$ $\mathcal{F}^{loc}$ — под-предпучок с трансферами

Определим $(\mathcal{F}/\mathcal{F}^{loc})(X) = \mathcal{F}(X)/\mathcal{F}^{loc}(X)$. Тогда

$$\mathcal{F}/\mathcal{F}^{loc} : Cor \longrightarrow \mathcal{Ab} \text{ — предпучок с трансферами}$$

<u>Замечание</u>: $\mathcal{F}/\mathcal{F}^{loc}$ — <u>отделимый</u> предпучок с трансферами: если $s \in \underset{\| \, \mathcal{F}^{ord}}{(\mathcal{F}/\mathcal{F}^{loc})}(X)$ локально равно нулю, то $s = 0$.

$$\begin{tikzcd}
\mathcal{F} \arrow[r] \arrow[d, dashed] & \mathcal{F}^{ord} \arrow[d] \\
\tilde{\mathcal{F}}_{Nis} \arrow[r, "\sim"] & (\mathcal{F}^{ord})^{\sim}_{Nis}
\end{tikzcd}$$

Осталось научиться строить трансферы на $\tilde{\mathcal{F}}_{Nis}$ для отделимого $\mathcal{F}$

$$\begin{tikzcd}
Y'\times\tilde{X} \arrow[r] \arrow[d] & Y\times\tilde{X} \arrow[r] \arrow[d] & \tilde{X} = \coprod X_i \arrow[d, "\coprod \pi_i"'] \arrow[d, bend left, "\pi"] \\
Y'\times X \arrow[r] \arrow[dd] & Y\times X \arrow[r] \arrow[dd] & X \\
Z' = \coprod Z^h_y \arrow[r] \arrow[u, hook] \arrow[uu, bend left, "r=\coprod r_y"] \arrow[d, "\text{кон. сюр.}"] & Z \arrow[u, hook] \arrow[d, "\text{кон. сюр.}"] & \\
Y' \arrow[r, "\rho"] \arrow[d, equal] & Y & \mathcal{F}(Y) \\
\coprod_{y\in Y} Y^h_y \arrow[ur, dashed] & &
\end{tikzcd}$$

$\pi^*(s) \in \mathcal{F}(\tilde{X})$

$\pi_i^*(s) \in \mathcal{F}(X_i)$

$s \in \tilde{\mathcal{F}}_{Nis}(X)$

$\downarrow ?$

$Z^*(s) \in \tilde{\mathcal{F}}_{Nis}(Y)$

М. считать, что $Z \hookrightarrow Y\times X$ — замкнутый неприводимый и кон. сюр. над Y

$\coprod_{y\in Y} Y^h_y$ — Вместо него нужно брать честное покрытие в топ. Нисневича

$$\underset{\uparrow \, Cor(\tilde{X}, X)}{\pi} \circ \underset{\uparrow \, Cor(Y', \tilde{X})}{r(Z)} = Z' \in Cor(Y', X)$$

$$\pi^*(s) \in \mathcal{F}(\tilde{X}) \hookrightarrow \tilde{\mathcal{F}}_{Nis}(\tilde{X})$$

$\rightsquigarrow$ $r(Z') \hookrightarrow Y'\times\tilde{X}$ — применим его к $\pi^*(s)$

$$\rightsquigarrow [r(Z')]^*(\pi^*(s)) \in \mathcal{F}(Y') \underset{p_2^*}{\overset{p_1^*}{\rightrightarrows}} \mathcal{F}(Y'\times_Y Y')$$

$$\tilde{\mathcal{F}}_{Nis}(Y) \longrightarrow \mathcal{F}(Y') \ni * \mapsto *_1, \; * \mapsto *_2$$

$$\begin{tikzcd}
(Y' \times_Y Y') \times \tilde{X} \arrow[r, shift left] \arrow[r, shift right] \arrow[d] & Y' \times \tilde{X} \arrow[r] \arrow[d] & Y \times \tilde{X} \arrow[r] \arrow[d] & \tilde{X} \arrow[d] \\
(Y' \times_Y Y') \times X \arrow[r, shift left] \arrow[r, shift right] \arrow[d] & Y' \times X \arrow[r] \arrow[d] & Y \times X \arrow[r, "q"] \arrow[d] & X \\
Y' \times_Y Y' \arrow[r, shift left] \arrow[r, shift right] & Y' \arrow[r] & Y &
\end{tikzcd}$$

$p_1^*(r(Z'))$, $p_2^*(r(Z'))$, $r(Z')$, Z', $Z \xrightarrow{i} Y \times X$, $Z \xrightarrow{p} Y$

$$\begin{tikzcd}
'Z \arrow[r, hook, "{(p,i)}"] \arrow[dr] & Y \times (Y \times X) \arrow[r, "pr"] \arrow[d] & Y \times X & Z \arrow[l, hook'] \\
& Y & &
\end{tikzcd}$$

$$\boxed{q \circ {'Z}^* = Z}$$

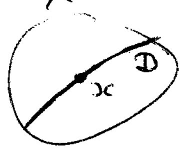
$$('Z)^*(q^*(\alpha)) = Z^*(\alpha)$$

<u>Цель:</u> $\mathcal{F}$ — гомотопически инвариантный пучок с трансферами; доказать, что $X \longmapsto H^1_{Nis}(X, \mathcal{F})$ гомотопически инвариантен на Sm/k

$\boxed{\text{Лемма}}$ Пусть X — локальная по Зарисскому (гладкая), и $D \hookrightarrow X$ — гладкий дивизор; тогда

$D = \{f=0\}, f \in \mathfrak{m} \setminus \mathfrak{m}^2$

X



$$H^1_{D\times\mathbb{A}^1}(X\times\mathbb{A}^1, \mathcal{F}) = H^1_D(X, \mathcal{F})$$ (когомологии Нисневича)

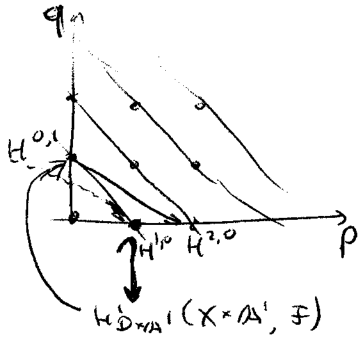
$$\Big\|\,def$$

$$Ext^1_{X\times\mathbb{A}^1}(\mathbb{Z}_{D\times\mathbb{A}^1}, \mathcal{F})$$

$$H^p(X\times\mathbb{A}^1, \mathcal{H}^q_{D\times\mathbb{A}^1}(X\times\mathbb{A}^1, \mathcal{F})) \Rightarrow H^{p+q}_{D\times\mathbb{A}^1}(X\times\mathbb{A}^1, \mathcal{F})$$

$$E_2^{pq} = H^p(X\times\mathbb{A}^1, \mathcal{E}xt^q(\mathbb{Z}_{D\times\mathbb{A}^1}, \mathcal{F})) \Longrightarrow Ext^{p+q}_{X\times\mathbb{A}^1}(\mathbb{Z}_{D\times\mathbb{A}^1}, \mathcal{F})$$

пучок на $X\times\mathbb{A}^1$, ассоциированный с предпучком $U \longmapsto Ext^q_U(\mathbb{Z}_{U\cap D\times\mathbb{A}^1}, \mathcal{F}|_U)$, $U \to X\times\mathbb{A}^1$ Нисн



$$H^{2,0} = H^2(X\times\mathbb{A}^1, \mathcal{H}^0_{D\times\mathbb{A}^1}(X\times\mathbb{A}^1, F))$$

$$0 \longrightarrow \underbrace{H^1(X\times\mathbb{A}^1, \mathcal{H}^0_{D\times\mathbb{A}^1}(X\times\mathbb{A}^1, F))}_{=H^{1,0}} \longrightarrow H^1_{D\times\mathbb{A}^1}(X\times\mathbb{A}^1, F) \longrightarrow \underbrace{H^0(X\times\mathbb{A}^1, \mathcal{H}^1_{D\times\mathbb{A}^1}(X\times\mathbb{A}^1, F))}_{=H^{0,1}} \longrightarrow H^2(X\times\mathbb{A}^1, \mathcal{H}^0_{D\times\mathbb{A}^1}(X\times\mathbb{A}^1, F))$$

$\boxed{\text{Подлемма } 1}$ $\mathcal{H}^0_{D\times\mathbb{A}^1}(X\times\mathbb{A}^1, F) = 0$

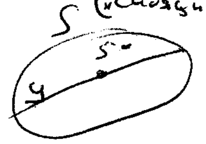
(Тогда $H^{1,0}=0$ и $H^{2,0}=0$)

$\boxed{\text{Подлемма } 2}$ $\mathcal{H}^1_{D\times\mathbb{A}^1}(X\times\mathbb{A}^1, F) = I_*(\tilde{F}_{-1}|_{D\times\mathbb{A}^1})$

$I : D\times\mathbb{A}^1 \hookrightarrow X\times\mathbb{A}^1$

$\tilde{F}_{-1}|_{D\times\mathbb{A}^1}$

локально по $X\times\mathbb{A}^1$ в топ. Заряжено это F_{-1} («сидящий» на $D\times\mathbb{A}^1$)



Поэтому $H^0(X\times\mathbb{A}^1, \mathcal{H}^1_{D\times\mathbb{A}^1}(X\times\mathbb{A}^1, F)) =$

$= H^0(X\times\mathbb{A}^1, I_*(\tilde{F}_{-1}|_{D\times\mathbb{A}^1})) =$

$= H^0(D\times\mathbb{A}^1, \tilde{F}_{-1}|_{D\times\mathbb{A}^1}) =$

$= \tilde{F}_{-1}(D\times\mathbb{A}^1)$

Хочется: $\mathcal{H}^0_Y(S)_s = 0$

$\forall s\in S\setminus Y$ верно $\mathcal{H}^0_Y(S)_s = 0$

Для $s\in Y$: $H^0_{\mathrm{Spec}\,\mathcal{O}_{Y,s}}(\underbrace{\mathrm{Spec}\,\mathcal{O}_{S,s}}_{\text{лок. по Нисневичу}}, F) = ?$

Можно считать S локальная по Нисневичу, $Y \hookrightarrow S$ — гладкий дивизор

$$H^0_Y(S,F) \to H^0(S,F) \to H^0(S-Y, F)$$

$H^{-1}(\cancel{S}-Y, F) = 0$

$H^0(S,F) \hookrightarrow F(k(S))$, $H^0(S-Y,F) \to F(k(S))$

инъективно, т.к. F — гомотопически инвариантный пучок с трансферами

$\rightsquigarrow H^0_Y(S,F) = 0$

$\rightsquigarrow$ доказали Подлемму 1

$\{f=0\} = Y \hookrightarrow S$ — как выше,

$$0 \longrightarrow H^0(S,F) \hookrightarrow H^0(S_f, F) \longrightarrow H^1_Y(S,F) \longrightarrow H^1(S,F)$$

F с трансферами и гомотоп. инвариантен

$H^1_Y(S,F) = \dfrac{F(S_f)}{F(S)} = F_{-1}(Y)$

$H^1(S,F) = 0$ — локальна

$\boxed{\text{Подлемма}}\boxed{3}$ Если $\mathcal{F}$ — гомотопически инвариантный предпучок с трансферами, то $H^1_{Nis}(-,\mathcal{F}) \xleftarrow{\sim} H^1_{Zar}(-,\mathcal{F})$

<u>Док-во</u>:

$$\begin{tikzcd} Sm_{Nis}/k \arrow[d, "id=\pi"] \\ Sm_{Zar}/k \end{tikzcd} \qquad E_2^{pq} = H^p_{Zar}(-, R^q\pi_*(\mathcal{F})) \Rightarrow H^{p+q}_{Nis}(-,\mathcal{F})$$

$$0 \longrightarrow H^1_{Zar}(X,\mathcal{F}) \longrightarrow H^1_{Nis}(X,\mathcal{F}) \longrightarrow H^0_{Zar}(X, R^1\pi_*(\mathcal{F})) \overset{?}{=} 0$$

докажем, что ростки равны 0

его ростки — это $H^1_{Nis}(\underbrace{Spec(\mathcal{O}_{X,x})}, \mathcal{F})$ — не локальная по Нисневичу

$$\begin{tikzcd}[column sep=small] & (X',D)\times\mathbb{A}^1 \arrow[dl] \arrow[d] \arrow[dr] & \\ (X,D)\times\mathbb{A}^1 \arrow[dd] & (X',D) \arrow[ddl] \arrow[ddr] & (D\times\mathbb{A}^1, D\times 0)\times\mathbb{A}^1 \arrow[dd] \\ & & \\ (X,D) & & (D\times\mathbb{A}^1, D\times 0) \end{tikzcd}$$

— дальше забыл □

→ по этой диаграмме можно доказать, что это верно и глобально утв. про $\mathcal{H}^1_{D\times\mathbb{A}^1}(X\times\mathbb{A}^1,\mathcal{F})$ из Подлеммы 2

$$\begin{tikzcd}[column sep=small] & \dfrac{\mathcal{F}(X'-D)}{\mathcal{F}(X')} \arrow[dl] \arrow[dr] & \\ \dfrac{\mathcal{F}(X-D)}{\mathcal{F}(X)} & & \dfrac{\mathcal{F}(D\times(\mathbb{A}^1-0))}{\mathcal{F}(D\times\mathbb{A}^1)} \end{tikzcd}$$

Итак, $H^0(X\times\mathbb{A}^1, \mathcal{H}^1_{D\times\mathbb{A}^1}(X\times\mathbb{A}^1,\mathcal{F})) = \tilde{\mathcal{F}}_{-1}(D\times\mathbb{A}^1)$

$\boxed{\text{Замечание}}$ Если $\mathcal{F}$ — пучок, то и $\mathcal{F}_{-1}$ — пучок:

$$\mathcal{F}_{-1}(X) = \frac{\mathcal{F}(X\times(\mathbb{A}^1-0))}{\mathcal{F}(X)} = Ker(i_1^*):$$

$$\begin{tikzcd} & 0 \arrow[d] & \\ & Ker(i_1^*) \arrow[d] \arrow[dr, bend left, "\sim"] & \\ \mathcal{F}(X) \arrow[r, "p^*"] & \mathcal{F}(X\times(\mathbb{A}^1-0)) \arrow[r] \arrow[d, "i_1^*"] & \mathcal{F}_{-1}(X) \\ & \mathcal{F}(X) & \end{tikzcd}$$

пучок

Возвращаемся к Лемме:

$$\begin{tikzcd} H^1_{D\times\mathbb{A}^1}(X\times\mathbb{A}^1,\mathcal{F}) \arrow[d, equal] & H^1_D(X,\mathcal{F}) \arrow[l, "p_x^*"'] \arrow[d, equal] \\ \mathcal{F}_{-1}(D\times\mathbb{A}^1) \arrow[r, equal] & \mathcal{F}_{-1}(D) \end{tikzcd}$$

можно проверить, что это p_x^*

т.к. $\mathcal{F}_{-1}$ — гомотопически инвариантен (следует из того, что $\mathcal{F}$ гомотоп. инвариантен)

$\boxed{\text{Следствие}}$ (из Леммы). В условиях Леммы гомоморфизм

$$H^1_{D\times\mathbb{A}^1}(X\times\mathbb{A}^1,\mathcal{F})\longrightarrow H^1(X\times\mathbb{A}^1,\mathcal{F}) \text{ равен нулю}$$

Док-во

$$\begin{tikzcd}
H^1_{D\times\mathbb{A}^1}(X\times\mathbb{A}^1,\mathcal{F}) \arrow[r] & H^1(X\times\mathbb{A}^1,\mathcal{F}) \arrow[r, hook] & H^1((X-D)\times\mathbb{A}^1,\mathcal{F}) \\
\dfrac{\mathcal{F}((X-D)\times\mathbb{A}^1)}{\mathcal{F}(X\times\mathbb{A}^1)} = \mathcal{F}_{-1}(D\times\mathbb{A}^1) \arrow[u] & 0 \arrow[l] & \\
H^1_D(X,\mathcal{F}) \arrow[uu, "\wr"] \arrow[r] & H^1(X,\mathcal{F}) & \\
\dfrac{\mathcal{F}(X-D)}{\mathcal{F}(X)} = \mathcal{F}_{-1}(D) \arrow[u, "\wr"] \arrow[uu, "\wr"] & 0 \arrow[l] &
\end{tikzcd}$$

$H^1(X\times\mathbb{A}^1,\mathcal{F}) \hookrightarrow H^1((X-D)\times\mathbb{A}^1,\mathcal{F})$ (вложение $\Uparrow$)

по Лемме (достаточно эпиморфности)

$\square$

$\boxed{\text{Теорема}}$ $\forall X\in Sm/k$ (совершенное поле) $H^1_{Nis}(X,\mathcal{F})\xrightarrow{\sim} H^1_{Nis}(X\times\mathbb{A}^1,\mathcal{F})$

для $\mathcal{F}: Cor\longrightarrow Ab$ гомотопически инвариантного

Док-во

$\mathcal{F}: U\longmapsto H^0(U\times\mathbb{A}^1,\mathcal{F}) \overset{\text{гомотоп. инв.}}{=} \mathcal{F}(U)$

$$\begin{tikzcd}
0 \arrow[r] & H^1(X,R^0p_*(\mathcal{F})) \arrow[r, "p^*"] \arrow[dr, "id"'] & H^1(X\times\mathbb{A}^1,\mathcal{F}) \arrow[r] \arrow[d, "i_0^*"] & H^0(X,R^1p_*(\mathcal{F})) \arrow[d] \\
& & H^1(X,\mathcal{F}) & H^0(\eta,R^1p_*(\mathcal{F})) = H^1(\mathbb{A}^1_{k(X)},\mathcal{F})
\end{tikzcd}$$

η — общая точка X

$$\begin{tikzcd}
X \arrow[r, "i_0"] \arrow[dr, "id"'] & X\times\mathbb{A}^1 \arrow[d, "p"] \\
& X
\end{tikzcd}$$

$H^i(X,R^jp_*(\mathcal{F}))\Rightarrow H^{i+j}(X\times\mathbb{A}^1,\mathcal{F})$

$\alpha\in Ker(i_0^*)$

Утверждение: $\alpha=0$

- если это верно, то теорема доказана: i_0^* еще и инъективен.

~~Вост~~ $Ker(i_0^*)\cap H^1(X,R^0p_*(\mathcal{F}))=0$

$\rightsquigarrow$ имеется вложение $j: Ker(i_0^*)\hookrightarrow H^0(X,R^1p_*(\mathcal{F}))$

$\rightsquigarrow$ достаточно доказать, что $j(\alpha)=0$

Из совершенности k следует, что если Y — аффинное k-многообразие ($k[Y]$ без нильпотентов), то $\exists\, Y^0 \overset{\text{откр.}}{\hookrightarrow} Y$: Y^0 гладко над k

$\rightsquigarrow Sing(Y)\hookrightarrow Y$ — собственное замкнутое подмножество

Возьмем $Sing(Sing(Y))$, и т.д. $\rightsquigarrow$ в итоге получим пустое

$j(\alpha)=0 \Longleftrightarrow$ его ростки равны нулю

~~[illegible]~~

$j(\alpha)|_\eta=0$

$\Rightarrow \exists Z\underset{\text{з.}}{\hookrightarrow} X: j(\alpha)|_{X-Z}=0$

(под. сечения, вялой резольвенты)

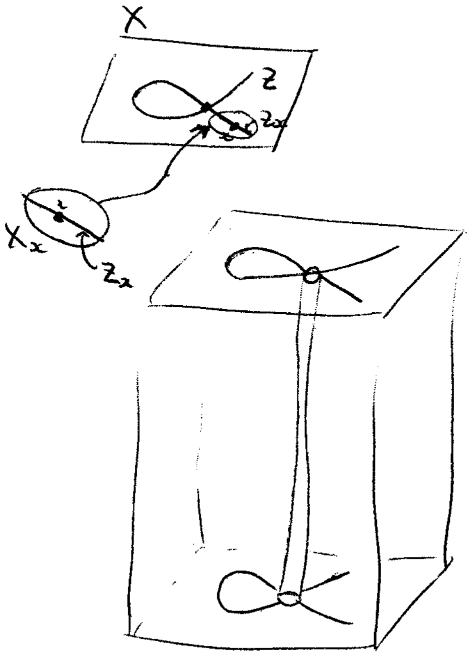
$0\to\mathcal{F}(\mathbb{A}^1)\longrightarrow\mathcal{F}(k(t))\twoheadrightarrow\bigoplus_{x\in\mathbb{A}^1_{(0)}}\mathcal{F}_{-1}(k(x))\longrightarrow 0$

- точка над любым полем

$0\longrightarrow\mathcal{F}(\mathcal{O}_{\mathbb{A}^1,x})\to\mathcal{F}(k(t))\to\mathcal{F}_{-1}(k(x))\longrightarrow 0$

- точка

$H^0(\mathbb{A}^1,\mathcal{F})=\mathcal{F}(\mathbb{A}^1)=\mathcal{F}(k)$ $\quad H^1(\mathbb{A}^1,\mathcal{F})=0$



Заменим $X \rightsquigarrow X - \mathrm{Sing}(Z)$

Покажем, что $j(\alpha) = 0$ на $X - \mathrm{Sing}(Z)$

Пусть $x \in Z - \mathrm{Sing}(Z)$

$(X - \mathrm{Sing}(Z)) \times \mathbb{A}^1 \qquad j(\alpha)$

м. считать, что x лежит на гладкой гиперповерхности

Знаем:

$$\begin{array}{ccc} H^1_{Z_x \times \mathbb{A}^1}(X_x \times \mathbb{A}^1, \mathcal{F}) & & \\ \downarrow & & \\ H^1(X_x \times \mathbb{A}^1, \mathcal{F}) & \ni j(\alpha) & \rightsquigarrow j(\alpha)_x = 0 \\ \downarrow & \downarrow & \\ H^1((X_x - Z_x) \times \mathbb{A}^1, \mathcal{F}) & 0 & \end{array}$$

Повторяем: доказываем, что $j(\alpha) = 0$ на $X - \mathrm{Sing}(\mathrm{Sing}(Z))$, и т. д.