(12.04.2013)

В. Соснило

X — окольцованное (топ. пр-во)

S — стратификация на X : $X = \coprod_{S_i \in S} S_i$ — лок. замкнутые ($\overline{S_i}$ разб. на страты)

$p: S \longrightarrow \mathbb{Z}$ — превратность

$\forall S \quad S \xhookrightarrow{i_S} X \quad i_S^!$ имеет конечную когомолог. размерность

т.е. имеется функтор $D^b(X) \longrightarrow D^b(S)$

огр. комплексы $\mathcal{O}_X$-модулей

$(D^{\leq p}, D^{\geq p})$ — t-структура

$\{K \in \operatorname{Ob} D^b(\operatorname{sh}(\mathcal{O}_X)) \mid H^n(i_S^* K) = 0 \ \forall n > p(S)$

$\{ \quad \ldots \quad — \quad H^n(i_S^! K) = 0 \ \forall n < p(S)$

<u>Предложение</u> ① $\mathcal{O}$ — пост. пучок, $\mathcal{O} = \underline{R}$, R — нетерово

② Любая страта S — топ. многообразие и $\forall T: \ S \subset \overline{T} - T \Rightarrow \dim S < \dim T$

③ i_* имеет конечную когомологическую размерность $\forall i: S \hookrightarrow X$, и $\forall F$ — констр. на $S = \bigcup S_i$ — объединение каких-то страт

$\rightsquigarrow Ri_* F$ — конструктивен

Тогда $j^*, j_*, j^!, j_!$ переводят $D_{S|_U}(U, R)$ в $D_S(X, R)$ (или наоборот), где $j: U \hookrightarrow V$, $U = \bigcup_{i \in I} U_i$ — страты, $V = \bigcup_{j \in J} V_j$

<u>Д-во:</u> $j^*(F)$ — лок. пост. (очевидно)

F лок. пост.

(j — композиция открытого и замкнутого)

$j = i \circ k$

i откр. влож., k замк. влож.

Ограничение всегда точно

$H^n(Rj^* K) = \underbrace{j^* H^n K}_{\text{лок. пост. на каждой страте}}$

$$U \xrightarrow{j} V \xrightarrow{k} X$$
$U = S$

$j_* = k^* \circ (k \circ j)_*$

S — замкнутая страта (в U)

$$\begin{array}{lcl} & S & \\ & \downarrow i & \\ \text{объед. } n \text{ страт} = & U & \hookrightarrow V \\ & \uparrow e & \\ \text{объед. } n-1 \text{ страт} = & W & \end{array}$$

$(K, i_* i^* K, L)$, $L = e_* e^! K[1]$

конструктивны $\Rightarrow L$ конструктивен

$e^* e_* e^! K = e^! K[1]$

Применим j_*

$$j_* K \to (ji)_* i^* K \to (je)_* \underbrace{e^! K[1]}$$

конструктивны ← конструктивен — индукционное предп.

$j_!$ точен на локально замкнутых вложениях

$j : U \hookrightarrow V \hookleftarrow W : i$

j - откр. $\leadsto j^! = j^*$

$\leadsto j_* j^! K \to K \to i_* i^* K \to$ — треугольник

j^*: $j^! K \to j^* K \to j^* i_* i^* K$

конст. конст. $\leadsto j^! K$ конструктивен $\square$

→ можно опр-ть $D_S^{\le p}, D_S^{\ge p}$

Предложение $S \prec \mathcal{T}$ (каждая страта из S есть объединение страт из $\mathcal{T}$)
p q

Пусть $\forall S \in \mathcal{S}, T \in \mathcal{T}, S \supset T \leadsto p(S) \le q(T) \le p(S) + \dim S - \dim T$

Тогда t-структура на $D_{\mathcal{T}}(X, R)$, определенная q, ограничивается до t-структуры на $D_S(X,R)$, определенной p.

(т.е. $D_S^{\le p} \subset D_{\mathcal{T}}^{\le q}$ и $D_S^{\ge p} \supset D_{\mathcal{T}}^{\ge q}$)

Следствия: ① $D_c(X,R) = \varinjlim D_S(X,R)$
S с хор. превр.

② $j^{!/*}_{!/*}$ из $\mathcal{T}$ при огр. на S дают те же функторы

R — поле $\rightsquigarrow$ есть двойственность

$$\mathbb{D} : {}^{p}D(X, R) \longrightarrow {}^{p^*}D(X, R) \qquad p^* = -n - p$$

$p = \dim$

Она ограничивается на D_c $\rightsquigarrow$ $p = -\frac{1}{2}\dim(S)$

Более того, $D^{\leq p} \longmapsto D^{\geq -n-p}$ согласована с двойственностью