

$$\begin{matrix} S < T \\ \downarrow & \downarrow \\ \tilde{S} > \tilde{T} \end{matrix} \implies p(S) \leq q(T) \leq p(S) + \dim S - \dim T$$

Тогда T -структура с $\mathbb{D}_T(X, R)$ индуцируется на $\mathbb{D}_S(X, R)$

т.е. вложение $\mathbb{D}_S(X, R) \hookrightarrow \mathbb{D}_T(X, R)$

согласовано с T -структурой

$$\textcircled{1} \mathbb{D}_S^{\leq p}(X, R) \subset \mathbb{D}_T^{\leq q}(X, R) \quad ?$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$K \quad p(S) \leq q(T)$$

$$H^i(i_S^* K) = 0 \quad \forall i > p(S)$$

$$H^i(i_{T,S}^* i_S^* K) = i_{T,S}^* H^i(i_S^* K)$$

$$\textcircled{2} \mathbb{D}_S^{\geq p}(X, R) \subset \mathbb{D}_T^{\geq q}(X, R) \quad ?$$

$$K \in \text{ob } \mathbb{D}^{\geq p}(X, R)$$

$$T \xrightarrow{i} S \xrightarrow{j} X \quad H^m(j^! K) = 0$$

$$H^m((j_!)^! K) = 0 \quad m < p(S) + \dim(S) - \dim(T)$$

$$i^! L \cong \mathbb{D}(\underbrace{i^* D(U)}_{\leq T(S) + \dim(S)})$$

$$\mathbb{D}_c(X, R)$$

$$p(S) = \bar{p}(\dim(S))$$

убыл. / функ.

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad 0 \leq p(n) - p(m) \leq n - m$$

$$R\text{-Hom } \mathbb{D}_c^{\text{opp}}(X, R) \times \mathbb{D}_c(X, R) \longrightarrow \mathbb{D}_c(X, R)$$

$$R\text{-Hom } (\mathbb{D}_c^{\text{opp}})^{\geq p} \times \mathbb{D}_c^{\geq q} \longrightarrow \mathbb{D}_c^{\geq q-p}$$

или $\mathbb{D}^{\geq p}?$

отличие
 X — схема над $\mathbb{C}$

Утв. Следующие утверждения эквивалентны:

$$\textcircled{1} K \in \mathbb{D}_c^{\leq p}(X(\mathbb{C}), R) \quad (\mathbb{D}_c^{\geq p}(X(\mathbb{C}), R))$$

$$\textcircled{2} \forall S \hookrightarrow X \quad \exists \text{ открытое подмножество } S' \hookrightarrow S: \begin{matrix} H^i(i_S^* K) = 0 & \forall i > p(S) \\ H^i(j^! K) = 0 & \forall i < p(S) \end{matrix}$$

Если T — гладкая стратификация, такая, что

и $H^i(j_T^* K)$ локально постоянны, ~~то~~, то
 $H^i(j_T^! K)$ это эквивалентно следующему:

$$(3) \forall S \in T \quad H^i(j_S^* K) = 0 \quad \forall i < p(S)$$

$$(1) \Rightarrow (2) \quad S' \hookrightarrow X - \text{непр.}$$

$$S = \{S_1, \dots, S_n\}$$

$$S' = \bigcup_{i=1}^n (S_i \cap S') \subset \bigcup_{i=1}^n V_i \cap S' \quad \begin{matrix} \text{замкн.} \\ \text{открыт} \end{matrix}$$

Возьмем пустые куски

$$\exists V_i : V_i \cap S' = S' \xrightarrow{u_i} X$$

$\rightarrow S_i \cap S' = u_i \cap S' -$ непустое открытое в S'
 $\rightarrow \text{обр.образы} = 0$ в силу точности

$$(2) \Rightarrow (3)$$

$$H^i(j_S^* K) - \text{лок. пост.}$$

$$S \xrightarrow{k} S' \hookrightarrow X \quad \text{страта}$$

$$k^* H^i(j_S^* K) = H^i(k^* j_S^* K) = 0$$

$$(3) \Rightarrow (1) - \text{по определению}$$

$$\boxed{2.2.5.} \quad f: X \longrightarrow Y - \text{увязывающий}$$

Тогда $f_!, f^* - t$ -точные функторы

($f_!, f_*$ — t -точные функторы)

$$\boxed{\text{Лемма}} \quad K \in D_c^{\leq 0} \subset \Rightarrow p(2 \dim \text{Supp}(H^i(K))) \geq i$$

$$p(2 \max \{ \dim(S) \mid H^i(j_S^* K) \neq 0 \})$$

$$1) K \in D_c^{\leq p}(X, R) \xrightarrow{?} f_! K \in D_c^{\leq p}(Y, R)$$

$$2) K \in D_c^{\leq p}(Y, R) \xrightarrow{?} f^* K \in D_c^{\leq p}(X, R)$$

$$(1) H^i(f_! K) = f_! (H^i(K))$$

$$\text{supp } H^i(f_! K) \subseteq \overline{f(\text{supp } H^i(K))}$$

$$\dim \text{Supp } H^i(f_! K) \leq \dim(f(\text{supp } H^i(K))) = p(\dim \text{Supp } H^i(K))$$

$$p(\dim \text{Supp } H^i(f_! K)) = p(\dim f(\text{supp } H^i(K)))$$

$$2) K \in D_c^{\leq p}(Y, R) \xrightarrow{?} f^* K \in D_c^{\leq p}(X, R)$$

$$\text{Supp } H^i(f^* K) = f^{-1} \text{Supp } H^i(K) \quad \text{так что } H^i(f^* K) = f^* H^i(K)$$

Опр. (S, L) — конструктивные комплексы
 стратегических — класс пучков $\mathbb{Z}/e$ -модулей
 — лок. пост., забывание конечности числа пучков отн-но расширению

$D_{(S, L)}(X, R)$ — подкатегория в $D(X, R)$

$\{k \mid H^i(i_S^* k) \neq 0\}$ — расширение пучков из $L(S)$

$D_{(S, L)}(X, \mathbb{Z}/e\mathbb{Z})$ — здесь есть T -структура

$D_{(S, L)}(X, \mathbb{Z}/e^n\mathbb{Z}) = \{k \mid \forall m=0, \dots, n-1 \frac{e^m H^i(i_S^* k)}{e^{m+1} H^i(i_S^* k)} = (L, S)\text{-конструкт. пучок}\}$
 — конечные пучки $\mathbb{Z}/e^n\mathbb{Z}$ -модулей

$$D_c(X, \mathbb{Z}/e^n\mathbb{Z}) \xrightarrow{- \otimes_{\mathbb{Z}} \mathbb{Z}/e^k\mathbb{Z}} D_c(X, \mathbb{Z}/e^k\mathbb{Z}) \quad (k \leq n)$$

$$\varprojlim D_{cte}(X, \mathbb{Z}/e^n\mathbb{Z}) =: D_c(X, \mathbb{Z}_e)$$

constructive, T -finite.

$$\begin{array}{ccc} D_c(X, \mathbb{Z}_e) & \xrightarrow{\text{Hom} \otimes \mathbb{Q}_e} & D_c(X, \mathbb{Q}_e) \\ & \searrow & \swarrow \text{Ex-расширение } \mathbb{Q}_e \\ & D_c(X, \mathbb{E}_\lambda) & \\ & \swarrow \text{инд. предел} & \\ & D_c(X, \overline{\mathbb{Q}_e}) & \end{array}$$