1.03.2010

Вадим Васильев

$Sp(10, \mathbb{Z})$ — $(2,3)$-порождённая группа

$$Sp(2n, \mathbb{Z}) = \{x \in GL(2n, \mathbb{Z}) \mid x^T J x = J\}$$

$$J = \begin{pmatrix} 0 & I_n \\ -I_n & 0 \end{pmatrix}$$

мы, классика, топ., АГ

$$\langle x, y\rangle \subseteq Sp(10, \mathbb{Z})$$

$$x = \begin{pmatrix} \; \end{pmatrix}$$

$$Sp(10, \mathbb{Z}) = ESp(10, \mathbb{Z})$$

$P_{i,i}$ $\left(\begin{array}{c|c} I_5 & 0 \\ \hline 0 & I_5 \end{array}\right)$ $P_{i,j}$ $\left(\begin{array}{c|c} & \\ \hline & \end{array}\right)$ кор. корни

$Q_{i,j}$ — отриц. корни

$R_{i,j}$ $\left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 1 & & \\ 0 & 1 & & \\ \hline & & 1 & 0 \\ & & -1 & 1 \end{array}\right)$

получены

1. $P_{1,1}(4)$, $P_{1,i}(2)$ $i = \overline{2,5}$
   $R_{1,i}(2)$, $i = \overline{2,5}$

2. После этого: $R_{1,2}(2u_1) \cdot P_{1,2}(2u_2) \ldots \cdot P_{1,5}(2u_5)$

из x, y:

y — $\left(\begin{array}{c|c} & \\ \hline \begin{smallmatrix}0\\0\\0\\0\\0\end{smallmatrix} & \end{array}\right)$ $\sim$ $g R_{12} \ldots g^{-1}$

$$\| \quad L(u_1, u_2, \ldots, u_5)$$

потребуем $\left(\begin{array}{c|c} 1\,0\,0\,0\,0 & \\ \hline & \end{array}\right)$

удалось выбрать слова: $P_{i,i}(4)$, $P_{i,j}(2)$ $\rightarrow$ из 4 сделали 2 на длинных корнях
$i = \overline{2,5}$ $j = \overline{2,5}$

Хорошо, а для нижних — нету!

U_1 — последние 5 равны 0

U_2 — первые 5 равны 0

$I_{10} + u^t u^T J$ $\quad u \in U_1$ $\longrightarrow$ 17 пар g, u порожд. $\langle Q_{i,j}\rangle$

$U_2 \ni (g^{-1}u)(g^{-1}u)^T \in \langle P_{i,j}\rangle$

$g^{-1}(I_{10} + \ldots J)g \in$ нижнетреуг.

$d_x = \sum (\text{кр. с.ч.})^2 \qquad d_{xy} \geq 10, \; d_x + d_y + d_{xy} \leq 100+2$

x : i — 1 — кр. 4	y : 1 — кр. 2 $\longrightarrow v_1, v_2$
1 — кр. 6	x^2+x+1 — кр. 4.

v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	v_7	v_8	v_9	v_{10}
0	0	1	0	b_1	0	0	0	0	b_5
0	0	0	1	b_2	0	0	0	0	
1	0	0_8	0_8	b_3	0	0	0	0	
0_7	1			b_4	0	0	0	0	
	0_6			1	0	0	0	0	
				0_5	0	1	0	0	
					1	0	0	0	
					0	0	0	1	
					0	0	1	0	b_3
					0	0	0	0	1

v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	v_7	v_8	v_9	v_{10}
1	0	0	0	a_1	a_3	0	a_5		a_7
0	1	0	0	a_2	a_4	0	a_6		a_8
0_8	0_8	0	0	-1	0	0	0		
		0	0	0	-1	0	0		
		1	0	-1	0	0	0		
		0_5	1	0_5	-1	0	0		
			0_4		0_4	0	-1		
						-1	-1		
						0	0		-1
						0	0	1	-1

$v_3 = x v_1$

$v_4 = x v_2$

$v_5 = y v_3$

$v_6 = y v_4$

$\cancel{y v_8} = \qquad y^3 v_5 - v_5 = 0$

$(y-1)(y^2+y+1) v_5 = 0$

$\rightarrow \underbrace{y^2 v_5}_{v_3} + y v_5 + v_5 \in \langle v_1, v_2 \rangle$

$x v_5 \in v_5 + \langle v_1, \ldots v_4 \rangle$

$x v_6 = v_7$

$y v_7 = v_8$

$x v_8 = v_9$

$y v_9 = v_{10}$

$d_x + d_y + d_{xy} \leq n^2 + 2$ — ф-ла Скотта

нас интересует (x, y, xy) с точностью до сопряженности

$xy \rightsquigarrow$ полиномиальные соотн. между параметрами

каков размерность пр-ва параметров?

Гипотеза Залесского : dim = разность в ф-ле Скотта.

→ чем больше разность, тем проще жить

Но в Sp_{10} такое наивное соображение не работает!

$1^6, -1^4 \qquad d_{xy} \geq 10$

$d_x = 52$

$1^2, \omega^{(4)}, \omega^{-1(4)} \rightarrow d_y = 36$

$1^4, \omega^{(3)} \omega^{-1(3)} \rightarrow d_y = 34$