Универсальная локализация REVISITED

А.В. Степанов

Лемма P параболическая подгруппа,

$\mathcal{U} = \mathcal{U}_P$ — ее унипотентный радикал

$I, J \trianglelefteq R.$ Тогда

$$E(R,H) \le \langle U_P(I),\ U_P^-(J)\rangle,$$

где $H = IJ$, если $\Phi \ne C_\ell$ или $2 \in R^*$

$$I^{[2]}J + 2IJ + IJ^{[2]}$$

$$I^{[2]} = \langle r^2 \mid r \in I\rangle$$

$$E(R,H) \le [U_P(I),\ U_P^-(J)]\ U_P(IJ)\,U_P^-(IJ)$$

$$z_\alpha(r,s) = x_\alpha(r)^{x_{-\alpha}(s)}$$

$[a,b]\,^c[d,f]$

`\,^c\!`

Теорема $E(R,I) = \langle z_\alpha(r,s) \mid r\in I,\ s \in R\rangle$

Теорема $E(R,I) \le E(J)$, где

$I = J^2$, если $\Phi \ne C_\ell$ или $2 \in R^*$

$I = J \cdot J^{[2]}$

$$E(R[t]) \cap G(R[t],t) = E(R[t],t)$$

Теперь посмотрим на

$$\left.\begin{array}{c} E(R[t],I) \cap G(R[t],t) \\ \parallel \\ [E(R[t],I),\ E(R[t],t)]\cdot E(R[t],tI) \end{array}\right) =: EE(R[t],I,t) \quad \text{для } I \trianglelefteq R$$

— relative splitting principle

Для $I \le J'$ определим $E(J', I) := E(I)^{E(J')}$

<u>Лемма</u> $r \in R$, $I \trianglelefteq R$. Тогда

$$EE(R, I, r^{2?}R) \le E(rR, rI)$$

(если $I, J \trianglelefteq R$, то $EE(R, I, J) := \underbrace{[E(R,I), E(R,J)]}_{\text{только это для } \ne C_\ell,\, G_2} \cdot E(R, IJ)$)

<u>Теорема</u> (Extended „dilation principle")

$s, r \in R$, $I \trianglelefteq R$, $a \in G(R, rR)$

$\lambda_s(a) \in EE(R_s, rR_s, I_s)$

Тогда $\exists m \in \mathbb{N}$:

$$\rho_{(r-s^m)}(a) \in E\left(R/_{(r-s^m)},\ I/_{(r-s^m)\cap I}\right)$$

$\lambda_s : R \longrightarrow R_s = \langle s\rangle^{-1}R$

$\rho_J : R \longrightarrow R/J$

G — <u>односвязна</u>

$g \in G(\mathbb{Z}[G])$ $\qquad g = id_{\mathbb{Z}[G]}$

$\exists \underbrace{s_1, \dots, s_m}_{\text{унимодул.}} \in \mathbb{Z}[G]$: $\lambda_{s_k}(g) \in E(\mathbb{Z}[G]_{s_k})$

$E(R, I) \le \prod_{i=1}^{m} E(R, r_i I)$ $\quad \forall$ унимод. $r_1, \dots, r_m$

$\tilde{E}(R, I) \qquad \prod_{i=1}^{m} G(R, r_i I)$

$$\tilde{E}^{(m)}(R, I) = \bigcap_{(r_1, \dots, r_m) \in Um_m(R)} \prod_{i=1}^{m} G(R, r_i I)$$

$B = B^G$, $t \in B$, $J \trianglelefteq B$

$f \in G(B, tJ)$ т.ч.

$\forall R, r \in R, I \trianglelefteq R$

$a \in G(R, rI)$

$\exists \varphi : B \to R$:

$\varphi(t) = r$, $\varphi(f) = a$

$\varphi(J) \subseteq I$

$B^{(i)} := \underset{t}{B}$ $\qquad J \trianglelefteq B$, $f \in G(B)$ $\qquad t^{(i)}, J^{(i)}, f^{(i)}$

$$U = \bigotimes_{i=1}^{m} B^{(i)} \qquad t^{(i)} := 1 \otimes \cdots \otimes t^{(i)} \otimes \cdots \otimes 1$$

$\forall R \quad (r_1,\dots,r_m) \in Um_m(R) \quad a \in \tilde{E}(R,I)$

$\exists \; \varphi : U \longrightarrow R \qquad \varphi(y) \leq I, \quad \varphi(t^{(i)}) = r_i,$

$(f^{(1)},\dots,f^{(m)}) = a$

$[a, b], \quad a \in E(R,I), \quad b \in G(R,J)$

$\cap$

$EE(R,I,J)$

$S : \{$пары идеалов$\} \longrightarrow Sets :$

$S(R,I,J)$ — образующие для $EE(R,J,J)$

функториальный набор образующих

$U \otimes \mathbb{Z}[G]/T$

$[f, g] \in EE(U \otimes \mathbb{Z}[G]/I,\ J \otimes \mathbb{Z}[G]/I,\ U \otimes I/I)$

где I — фундаментальный идеал

$\lambda s_i(g) \in E \dots$

$\rightsquigarrow \lambda_{s_i}([f,g]) \in E \dots$

$\cap$

$G(U \otimes \mathbb{Z}[G], t^{(i)})$

$[\tilde{E}(R,I), G(R,J)] \leq EE(R,I,J)$

$E(R,IJ) \leq EE(R,I,J) \leq \tilde{E}(R,IJ)$

$[G(R,I), G(R,J)] \leq G(R,IJ)$

$[\tilde{E}(R,I_1), G(R,I_2), \dots, G(R,I_n)] \leq EE(R, I_1 \cdot \ldots \cdot I_{n-1}, I_n)$

$$\tilde{\tilde{E}}(R,I) = \bigcap_{\substack{r \in R: \\ \delta(R/r) < \delta(R)}} \left(G(R, rI)\, \tilde{E}(R,I) \right)$$